2010 年上海市初中毕业统一学业考试数学卷

（满分 150 分，考试时间 100 分钟）　　2010-6-20

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1. 下列实数中，是无理数的为（ C ）

A. 3.14　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{9}$

【解析】无理数即为无限不循环小数，则选 C。

2. 在平面直角坐标系中，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ $(k<0)$ 图像的两支分别在（B ）

A. 第一、三象限　　B. 第二、四象限　　C. 第一、二象限　　D. 第三、四象限

【解析】设 K=-1，则 x=2 时，y=$-\frac{1}{2}$，点在第四象限；当 x=-2 时，y= $\frac{1}{2}$，在第二象限，所以图像过第二、四象限，即使选 B

3. 已知一元二次方程 $x^2+x-1=0$，下列判断正确的是（ B ）

A. 该方程有两个相等的实数根　　B. 该方程有两个不相等的实数根

C. 该方程无实数根　　D. 该方程根的情况不确定

【解析】根据二次方程的根的判别式：$\Delta=b^2-4ac=(1)^2-4\times1\times(-1)=5>0$，所以方程有两个不相等的实数根，所以选 B

4. 某市五月份连续五天的日最高气温分别为 23、20、20、21、26（单位：℃），这组数据的中位数和众数分别是（　D）

A. 22℃，26℃　　B. 22℃，20℃　　C. 21℃，26℃　　D. 21℃，20℃

【解析】**中位数定义：**将所有数学按从小到大顺序排列后，当数字个数为奇数时即中间那个数为中位数，当数字的个数为偶数时即中间那两个数的平均数为中位数。

众数：出现次数最多的数字即为众数

所以选择 D。

5. 下列命题中，是真命题的为（ D ）

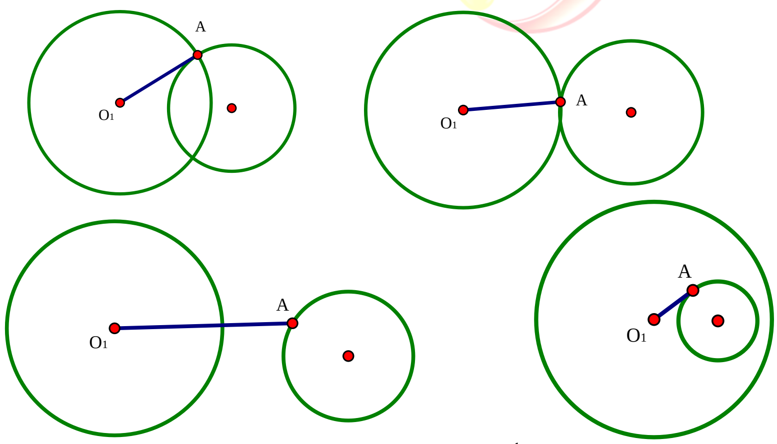
A. 锐角三角形都相似　　B. 直角三角形都相似　　C. 等腰三角形都相似　　D. 等边三角形都相似

【解析】两个相似三角形的要求是对应角相等，A、B、C 中的类型三角形都不能保证两个三角形对应角相等，即选 D。

6. 已知圆 O_1、圆 O_2 的半径不相等，圆 O_1 的半径长为 3，若圆 O_2 上的点 A 满足 $AO_1=3$，则圆 O_1 与圆 O_2 的位置关系是（ A ）

A. 相交或相切　　B. 相切或相离　　C. 相交或内含　　D. 相切或内含

【解析】如图所示，所以选择 A



二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. 计算：$a^3 \div a^2 =$ __a__.

【解析】$a^3 \div a^2 = a^{3-2} = a^1 = a$

8. 计算：$(x+1)(x-1) =$ __x^2-1__.

【解析】根据平方差公式得：$(x+1)(x-1) =$ x^2-1

9. 分解因式：$a^2 - ab =$ __a(a-b)__.

【解析】提取公因式 a，得：$a^2 - ab = a(a-b)$

10. 不等式 $3x-2 > 0$ 的解集是 __x>2/3__.

【解析】

$$3x-2>0$$
$$3x>2$$
$$x>\frac{2}{3}$$

11. 方程 $\sqrt{x+6} = x$ 的根是 __x=3__.

【解析】由题意得：x>0

两边平方得：$x+6=x^2$，解之得 x=3 或 x=-2（舍去）

12. 已知函数 $f(x) = \dfrac{1}{x^2+1}$，那么 $f(-1) =$ __1/2__.

【解析】把 x=-1 代入函数解析式得：$f(-1)=\dfrac{1}{x^2+1}=\dfrac{1}{(-1)^2+1}=\dfrac{1}{2}$

13. 将直线 $y = 2x-4$ 向上平移 5 个单位后，所得直线的表达式是 __y=2x+1__.

【解析】直线 $y = 2x-4$ 与 y 轴的交点坐标为（0，-4），则向上平移 5 个单位后交点坐标为（0,1），则所得直线方程为 $y = 2x+1$

14. 若将分别写有“生活”、“城市”的 2 张卡片，随机放入“□让□更美好”中的两个□内（每个□只放 1 张卡片），则其中的文字恰好组成“城市让生活更美好”的概率是 __1/2__

【解析】“生活”、“城市”放入后有两种可能性，即为：生活让城市更美好、城市让生活更美好。则组成“城市让生活更美好”的可能性占所有可能性的 1/2。

15. 如图 1，平行四边形 ABCD 中，对角线 AC、BD 交于点 O 设向量 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，则向量 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b})$.（结果用 $\vec{a}$、$\vec{b}$ 表示）

【解析】$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，则 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\vec{b}+\vec{a}=2\overrightarrow{AO}$，所以 $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}(\vec{b}+\vec{a})$

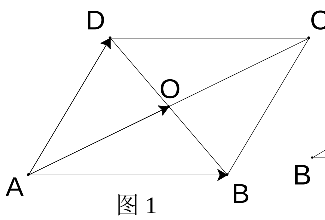


图 1

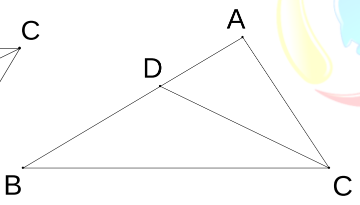


图 2

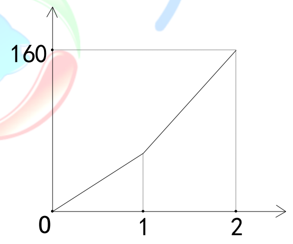


图 3

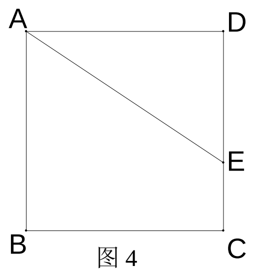


图 4

16. 如图 2，△ABC 中，点 D 在边 AB 上，满足∠ACD =∠ABC，若 AC = 2，AD = 1，则 DB = __3__.

【解析】由于∠ACD =∠ABC，∠BAC =∠CAD,所以△ADC∽△ACB，即：$\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{AD}{AC}$,所以 $AB \bullet AD = AC^2$，则 AB=4,所以 BD=AB-AD=3

17. 一辆汽车在行驶过程中，路程 y（千米）与时间 x（小时）之间的函数关系如图 3 所示 当时 0≤x≤1，

y 关于 x 的函数解析式为 y = 60 x，那么当 1≤x≤2 时，y 关于 x 的函数解析式为_____y=100x-40___.

【解析】在 0≤x≤1 时，把 x=1 代入 y = 60 x，则 y=60，那么当 1≤x≤2 时由两点坐标（1,60）与（2,160）得当 1≤x≤2 时的函数解析式为 y=100x-40

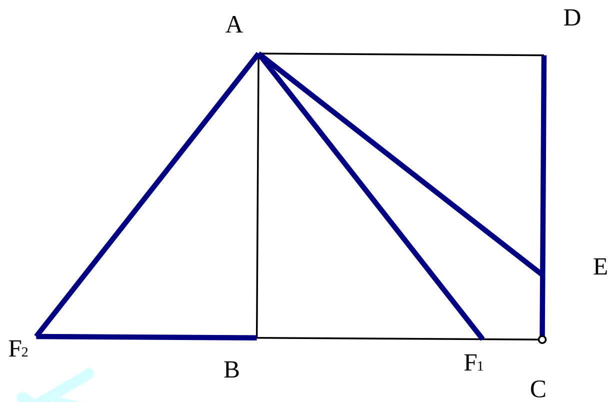
18. 已知正方形 ABCD 中，点 E 在边 DC 上，DE = 2，EC = 1（如图 4 所示） 把线段 AE 绕点 A 旋转，使点 E 落在直线 BC 上的点 F 处，则 F、C 两点的距离为_1 或 5_________.

【解析】题目里只说“旋转”，并没有说顺时针还是逆时针，

而且说的是“直线 BC 上的点”，所以有两种情况如图所示：

顺时针旋转得到 F_1 点，则 $F_1C=1$

逆时针旋转得到 F_2 点，则 $F_2B=DE=2$, $F_2C=F_2B+BC=5$



三、解答题（本大题共 7 题，19 ~ 22 题每题 10 分，23、24 题每题 12 分，25 题 14 分，满分 78 分）

19. 计算：$27^{\frac{1}{3}}+(\sqrt{3}-1)^2-(\frac{1}{2})^{-1}+\frac{4}{\sqrt{3}+1}$

解：原式 $=\sqrt[3]{27}+\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}+1-\frac{1}{\frac{1}{2}}+\frac{4\left(\sqrt{3}-1\right)}{\left(\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{3}-1\right)}$

$=3+3-2\sqrt{3}+1-2+\frac{4\sqrt{3}-4}{\left(\sqrt{3}\right)^2-1^2}$

$=5-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}-2$

$=3$

20. 解方程：$\frac{x}{x-1}-\frac{2x-2}{x}-1=0$

解：$x\bullet x-(2x-2)(x-1)-1\bullet x\bullet(x-1)=0$

$x^2-2(x-1)^2-x(x-1)=0$

$x^2-2(x^2-2x+1)-x^2+x=0$

$-2x^2+4x-2+x=0$

$2x^2-5x+2=0$

$(2x-1)(x-2)=0$

$\therefore x=\frac{1}{2}$ 或 $x=2$

代入检验得符合要求

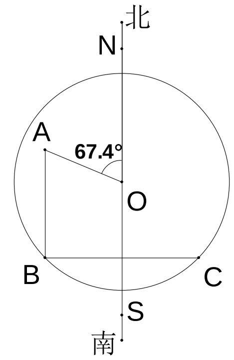
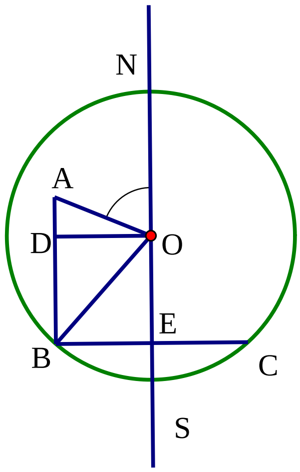


图 5

21. 机器人“海宝”在某圆形区域表演“按指令行走”，如图 5 所示，“海宝”从圆心 O 出发，先沿北偏西 67.4°方向行走 13 米至点 A 处，再沿正南方向行走 14 米至点 B 处，最后沿正东方向行走至点 C 处，点 B、C 都在圆 O 上.（1）求弦 BC 的长；（2）求圆 O 的半径长.

（本题参考数据：$\sin 67.4°=\frac{12}{13}$，$\cos 67.4°=\frac{5}{13}$，$\tan 67.4°=\frac{12}{5}$）



（1）解：过点 O 作 OD⊥AB，则∠AOD+∠AON=90^0,即：sin∠AOD=cos∠AON=$\frac{5}{13}$

即：AD=A0×$\frac{5}{13}$ =5,OD=A0×sin 67.4°=AO× $\frac{12}{13}$ =12

又沿正南方向行走 14 米至点 B 处，最后沿正东方向行走至点 C 处

所以 AB∥NS,AB⊥BC,所以 E 点位 BC 的中点，且 BE=DO=12

所以 BC=24

（2）解：连接 OB，则 OE=BD=AB-AD=14-5=9

又在 RT△BOE 中，BE=12,

所以 $BO=\sqrt{OE^2+BE^2}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$

即圆 O 的半径长为 15

22. 某环保小组为了解世博园的游客在园区内购买瓶装饮料数量的情况，一天，他们分别在 A、B、C 三个出口处，对离开园区的游客进行调查，其中在 A 出口调查所得的数据整理后绘成图 6.

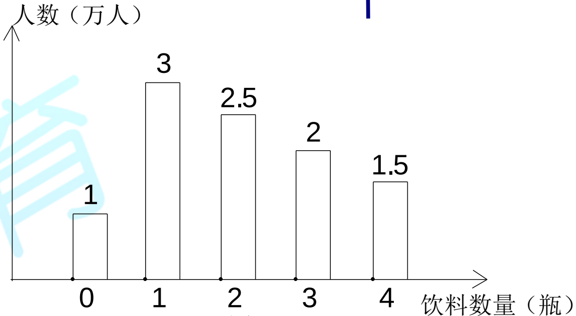


图 6

（1）在 A 出口的被调查游客中，购买 2 瓶及 2 瓶以上饮料的游客人数占 A 出口的被调查游客人数的__60__%.

（2）试问 A 出口的被调查游客在园区内人均购买了多少瓶饮料？

（3）已知 B、C 两个出口的被调查游客在园区内人均购买饮料的数量如表一所示 若 C 出口的被调查人数比 B 出口的被调查人数多 2 万，且 B、C 两个出口的被调查游客在园区内共购买了 49 万瓶饮料，试问 B 出口的被调查游客人数为多少万？

出　口	B	C
人均购买饮料数量（瓶）	3	2

表　一

9 万

解：（1）由图 6 知，购买 2 瓶及 2 瓶以上饮料的游客人数为 2.5+2+1.5=6（万人）

而总人数为：1+3+2.5+2+1.5=10（万人）

所以购买 2 瓶及 2 瓶以上饮料的游客人数占 A 出口的被调查游客人数的 $\frac{6}{10}\times 100\%=60\%$

（2）购买饮料总数位：3×1+2.5×2+2×3+1.5×4=3+5+6+6=20（万瓶）

人均购买=$\frac{\text{购买饮料总数}}{\text{总人数}}=\frac{20\text{万瓶}}{10\text{万人}}=2\text{瓶}$

（3）设 B 出口人数为 x 万人，则 C 出口人数为（x+2）万人

则有 3x+2(x+2)=49

解之得 x=9

所以设 B 出口游客人数为 9 万人

23. 已知梯形 ABCD 中，AD//BC，AB=AD（如图 7 所示），∠BAD 的平分线 AE 交 BC 于点 E，连结 DE.

（1）在图 7 中，用尺规作∠BAD 的平分线 AE（保留作图痕迹，不写作法），并证明四边形 ABED 是菱形；

（2）∠ABC＝60°，EC=2BE，求证：ED⊥DC.

（1）解：分别以点 B、D 为圆心，以大于 AB 的长度为半径，分别作弧，且两弧交于一点 P，则连接 AP，即 AP 即为∠BAD 的平分线，且 AP 交 BC 于点 E，

∵AB=AD，∴△AB0≌△AOD　　∴BO=OD

∵AD//BC，∴∠OBE=∠ODA，∠OAD=OEB

∴△BOE≌△DOA

∴BE=AD（平行且相等）

∴四边形 ABDE 为平行四边形，另 AB=AD，

∴四边形 ADBE 为菱形

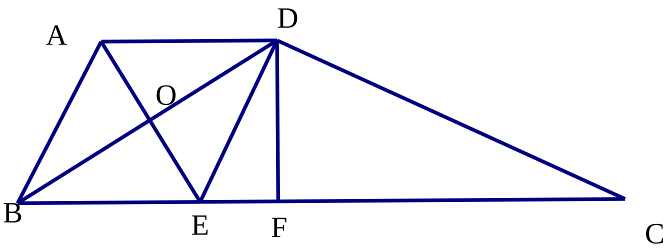
（2）设 DE=2a,则 CE=4a，过点 D 作 DF⊥BC

∵∠ABC＝60°，∴∠DEF=60°，∴∠EDF=30°，∴EF= $\frac{1}{2}$ DE=a，则 DF= $\sqrt{3}a$，CF=CE-EF=4a-a=3a，

$\therefore CD=\sqrt{DF^2+CF^2}=\sqrt{3a^2+9a^2}=2\sqrt{3}a$

∴DE=2a，EC=4a,CD= $2\sqrt{3}a$,构成一组勾股数，

∴△EDC 为直角三角形，则 ED⊥DC



24．如图 8，已知平面直角坐标系 xOy，抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 过点 A(4,0)、B(1,3)．

（1）求该抛物线的表达式，并写出该抛物线的对称轴和顶点坐标；

（2）记该抛物线的对称轴为直线 l，设抛物线上的点 P(m,n)在第四象限，点 P 关于直线 l 的对称点为 E，点 E 关于 y 轴的对称点为 F，若四边形 OAPF 的面积为 20，求 m、n 的值.

（1）解：将 A(4,0)、B(1,3)两点坐标代入抛物线的方程得：

$$\begin{cases}-4^2+4b+c=0\\-1^2+b+c=3\end{cases}$$

解之得：b=4，c=0

所以抛物线的表达式为：$y=-x^2+4x$

将抛物线的表达式配方得：$y=-x^2+4x=-(x-2)^2+4$

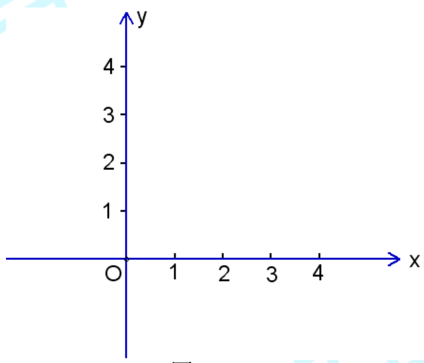


图 8

所以对称轴为 x=2，顶点坐标为（2，4）

（2)点 p(m,n)关于直线 x=2 的对称点坐标为点 E(4-m,n)，则点 E 关于 y 轴对称点为点 F 坐标为(4-m,-n)，则四边形 OAPF 可以分为：三角形 OFA 与三角形 OAP，则

$$S_{OFAP}=S_{\Delta OFA}+S_{\Delta OPA}=S_{\Delta OFA}=\frac{1}{2}\bullet OA\bullet|n|+S_{\Delta OPA}=\frac{1}{2}\bullet OA\bullet|n|=4|n|=20$$

所以 $|n|$=5，因为点 P 为第四象限的点，所以 n<0，所以 n= -5

代入抛物线方程得 m=5

25．如图 9，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°．半径为 1 的圆 A 与边 AB 相交于点 D，与边 AC 相交于点 E，连结 DE 并延长，与线段 BC 的延长线交于点 P.

（1）当∠B＝30°时，连结 AP，若△AEP 与△BDP 相似，求 CE 的长；

（2）若 CE=2，BD=BC，求∠BPD 的正切值；

（3）若 $\tan\angle BPD=\frac{1}{3}$，设 CE=x，△ABC 的周长为 y，求 y 关于 x 的函数关系式.

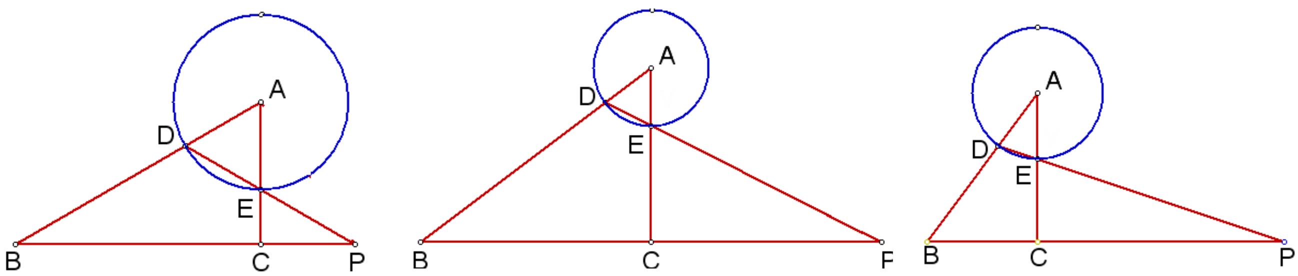


图 9　　　　　　　　　　　　图 10(备用)　　　　　　　　　　　　图 11(备用)

（1）解：∵∠B＝30°　∠ACB＝90°　∴∠BAC＝60°

∵AD=AE　∴∠AED＝60°＝∠CEP

∴∠EPC＝30°

∴三角形 BDP 为等腰三角形

∵△AEP 与△BDP 相似

∴∠EAP=∠EPA=∠DBP=∠DPB=30°

∴AE=EP=1

∴在 RT△ECP 中，EC=$\frac{1}{2}$ EP=$\frac{1}{2}$

（2）过点 D 作 DQ⊥AC 于点 Q，且设 AQ=a，BD=x

∵AE=1,EC=2

∴QC=3-a

∵∠ACB＝90°

∴△ADQ 与△ABC 相似

∴$\frac{AD}{AB}=\frac{AQ}{AC}$

即 $\frac{1}{x+1}=\frac{a}{3}$，∴$a=\frac{3}{x+1}$

∵在 RT△ADQ 中 $DQ=\sqrt{AD^2-AQ^2}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{x+1}\right)^2}=\frac{\sqrt{x^2+2x-8}}{x+1}$

∵$\frac{DQ}{BC}=\frac{AD}{AB}$

∴$\frac{\frac{\sqrt{x^2+2x-8}}{x+1}}{x}=\frac{1}{x+1}$

解之得 x=4，即 BC=4

过点 C 作 CF//DP

∴△ADE 与△AFC 相似，

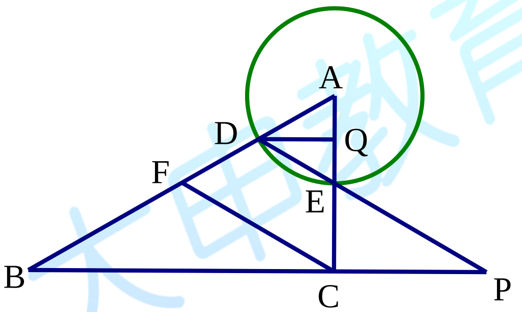
∴$\frac{AE}{AC}=\frac{AD}{AF}$，即 AF=AC，即 DF=EC=2,

∴BF=DF=2

∵△BFC 与△BDP 相似

∴$\frac{BF}{BD}=\frac{BC}{BP}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$，即：BC=CP=4

∴tan∠BPD=$\frac{EC}{CP}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$



(3)过 D 点作 DQ⊥AC 于点 Q，则△DQE 与△PCE 相似,设 AQ=a，则 QE=1-a

∴$\frac{QE}{EC}=\frac{DQ}{CP}$ 且 $\tan\angle BPD=\frac{1}{3}$

∴$DQ=3(1-a)$

∵在 Rt△ADQ 中，据勾股定理得：$AD^2=AQ^2+DQ^2$

即：$1^2=a^2+\left[3(1-a)\right]^2$，解之得 $a=1(舍去)a=\dfrac{4}{5}$

∵△ADQ 与△ABC 相似

$$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{DQ}{BC}=\frac{AQ}{AC}=\frac{\frac{4}{5}}{1+x}=\frac{4}{5+5x}$$

$$\therefore AB=\frac{5+5x}{4},BC=\frac{3+3x}{4}$$

∴三角形 ABC 的周长 $y=AB+BC+AC=\dfrac{5+5x}{4}+\dfrac{3+3x}{4}+1+x=3+3x$

即：$y=3+3x$，其中 x>0