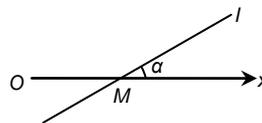


1. 计算：设 i 为虚数单位，则 $\frac{3-i}{1+i} =$ _____.
2. (文) 若集合 $A = \{x | 2x - 1 > 0\}$, $B = \{x | |x| < 1\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
- (理) 若集合 $A = \{x | 2x + 1 > 0\}$, $B = \{x | |x - 1| < 2\}$, 则 $A \cap B =$ _____.
3. (文) 函数 $f(x) = \begin{vmatrix} \sin x & 2 \\ -1 & \cos x \end{vmatrix}$ 的最小正周期是 _____.
- (理) 函数 $f(x) = \begin{vmatrix} 2 & \cos x \\ \sin x & -1 \end{vmatrix}$ 的值域是 _____.
4. (文) 若 $\vec{d} = (2, 1)$ 是直线 l 的一个方向向量, 则 l 的倾斜角的大小为 _____.
- (理) 若 $\vec{n} = (-2, 1)$ 是直线 l 的一个法向量, 则 l 的倾斜角的大小为 _____.
5. (文) 一个高为 2 的圆柱, 底面周长为 2π , 则该圆柱的表面积为 _____.
- (理) 在 $\left(x - \frac{2}{x}\right)^6$ 的二项展开式中, 常数项等于 _____.
6. (文) 方程 $4^x - 2^{x+1} - 3 = 0$ 的解是 _____.
- (理) 有一列正方体, 其棱长组成以 1 为首项、 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列, 体积分别记为 $V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) =$ _____.
7. (文) 有一列正方体, 其棱长组成以 1 为首项、 $\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列, 体积分别记为 $V_1, V_2, \dots, V_n, \dots$, 则 $\lim_{n \rightarrow \infty} (V_1 + V_2 + \dots + V_n) =$ _____.
- (理) 已知函数 $f(x) = e^{|x-a|}$, a 为常数. 若 $f(x)$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上是增函数, 则 a 的取值范围是 _____.
8. (文) 在 $\left(x - \frac{1}{x}\right)^6$ 的二项展开式中, 常数项等于 _____.
- (理) 若一个圆锥的侧面展开图是面积为 2π 的半圆面, 则该圆锥的体积为 _____.
9. (文) 已知 $y = f(x)$ 是奇函数, 若 $g(x) = f(x) + 2$ 且 $g(1) = 1$, 则 $g(-1) =$ _____.
- (理) 已知 $y = f(x) + x^2$ 是奇函数, 若 $g(x) = f(x) + 2$ 且 $f(1) = 1$, 则 $g(-1) =$ _____.

10. (文) 满足约束条件 $|x| + 2|y| \leq 2$ 的目标函数 $z = y - x$ 的最小值是_____.

(理) 如图所示, 在极坐标系中, 过点 $M(2, 0)$ 的直线 l 与极轴的

夹角 $\alpha = \frac{\pi}{6}$, 若将直线 l 的极坐标方程写成 $\rho = f(\theta)$ 的形



式, 则 $f(\theta) =$ _____.

11. 三位同学参加跳远、跳高、铅球项目的比赛. 若每人只选择一个项目, 则有且仅有两人选择的项目相同的概率是_____.

12. (文) 在矩形 $ABCD$ 中, 边 AB 、 AD 的长分别为 2、1. 若 M 、 N 分别是边 BC 、 CD 上的

点, 且满足 $\frac{|\overline{BM}|}{|\overline{BC}|} = \frac{|\overline{CN}|}{|\overline{CD}|}$, 则 $\overline{AM} \cdot \overline{AN}$ 的取值范围是_____.

(理) 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \frac{\pi}{3}$, 边 AB 、 AD 的长分别为 2、1. 若 M 、 N 分别是

边 BC 、 CD 上的点, 且满足 $\frac{|\overline{BM}|}{|\overline{BC}|} = \frac{|\overline{CN}|}{|\overline{CD}|}$, 则 $\overline{AM} \cdot \overline{AN}$ 的取值范围是_____.

13. (文) 已知函数 $y = f(x)$ 的图像是折线段 ABC , 其中 $A(0, 0)$ 、 $B(\frac{1}{2}, 1)$ 、 $C(1, 0)$,

那么函数 $y = xf(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) 的图像与 x 轴围成的图形的面积为_____.

(理) 已知函数 $y = f(x)$ 的图像是折线段 ABC , 其中 $A(0, 0)$ 、 $B(\frac{1}{2}, 5)$ 、 $C(1, 0)$,

那么函数 $y = xf(x)$ ($0 \leq x \leq 1$) 的图像与 x 轴围成的图形的面积为_____.

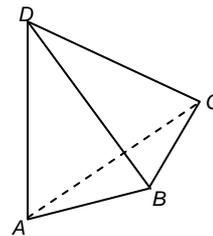
14. (文) 已知函数 $f(x) = \frac{1}{1+x}$. 各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, 且 $a_{n+2} = f(a_n)$. 如果

$a_{2010} = a_{2012}$, 那么 $a_{20} + a_{11}$ 的值是_____.

(理) 如图所示, AD 与 BC 是四面体 $ABCD$ 中互相垂直的棱, $BC = 2$.

若 $AD = 2c$, 且 $AB + BD = AC + CD = 2a$, 其中 a 、 c 为常

数, 则四面体 $ABCD$ 的体积的最大值为_____.



15. 若 $1 + \sqrt{2}i$ 是关于 x 的实系数方程 $x^2 + bx + c = 0$ 的一个复数根, 则 ()

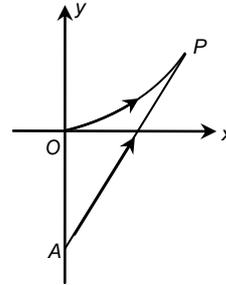
21. 海事救援船对一艘失事船只进行定位：以失事船只的当前位置为原点，以正北方向为 y 轴正方向建立平面直角坐标系，且以 1 海里为单位长度. 则救援船只恰好在失事船只正南方向 12 海里 A 处，如图所示. 现假设：失事船只的移动路径可视为抛物线 $y = \frac{12}{49}x^2$ ，定位后救援船只立即沿直线匀速前往

救援，且救援船只出发 t 小时后，失事船只所在位置的横坐标为 $7t$.

①当 $t = 0.5$ 时，写出失事船只所在位置 P 的纵坐标. 若此时两船

恰好会合，求救援船只速度的大小和方向；

②问救援船只的时速至少是多少海里才能追上失事船只？



22. (文) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知双曲线 $C: 2x^2 - y^2 = 1$.

①设 F 是 C 的左焦点， M 是 C 右支上一点，若 $|MF| = 2\sqrt{2}$ ，求点 M 的坐标；

②过 C 的左顶点作 C 的两条渐近线的平行线，求这两组平行线围成的平行四边形的面积；

③设斜率为 k ($-\sqrt{2} < k < \sqrt{2}$) 的直线 l 交 C 于 P 、 Q 两点，若 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切，

求证： $OP \perp OQ$.

(理) 在平面直角坐标系 xOy 中，已知双曲线 $C_1: 2x^2 - y^2 = 1$.

①过 C_1 的左顶点引 C_1 的一条渐近线的平行线，求该直线与另一条渐近线及 x 轴围成的三角形的面积；

②设斜率为 1 的直线 l 交 C_1 于 P 、 Q 两点，若 l 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切，求证： $OP \perp OQ$ ；

③设椭圆 $C_2: 4x^2 + y^2 = 1$ ，若 M 、 N 分别是 C_1 、 C_2 上的动点，且 $OM \perp ON$ ，

求证： O 到直线 MN 的距离为定值.

23. (文) 对于项数为 m 的有穷数列 $\{a_n\}$, 记 $b_k = \max\{a_1, a_2, \dots, a_k\} (k = 1, 2, \dots, m)$,

即 b_k 为 a_1, a_2, \dots, a_k 中的最大值, 并称数列 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列, 如 $1, 3, 2, 5, 5$ 的控制数列是 $1, 3, 3, 5, 5$.

① 若各项均为正整数的数列 $\{a_n\}$ 的控制数列为 $2, 3, 4, 5, 5$, 写出所有的 $\{a_n\}$;

② 设 $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列, 且满足 $a_k + b_{m-k+1} = C$, 其中 C 为常数, $k = 1, 2, \dots,$

m , 求证: $b_k = a_k (k = 1, 2, \dots, m)$;

③ 设 $m = 100$, 常数 $a \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$. 若 $a_n = an^2 - (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} n$, $\{b_n\}$ 是 $\{a_n\}$ 的控制数列,

求 $(b_1 - a_1) + (b_2 - a_2) + \dots + (b_{100} - a_{100})$.

(理) 对于数集 $X = \{-1, x_1, x_2, \dots, x_n\}$, 其中 $0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n, n \geq 2$, 定义向

量集 $Y = \{\vec{a} \mid \vec{a} = (s, t), s \in X, t \in X\}$, 若对任意的 $\vec{a}_1 \in Y$, 存在 $\vec{a}_2 \in Y$, 使得

$\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 = 0$, 则称 X 具有性质 P . 例如, $\{-1, 1, 2\}$ 具有性质 P .

① 若 $x > 2$, 且 $\{-1, 1, 2, x\}$ 具有性质 P , 求 x 的值;

② 若 X 具有性质 P , 求证: $1 \in X$, 且当 $x_n > 1$ 时, $x_1 = 1$;

③ 若 X 具有性质 P , 且 $x_1 = 1, x_2 = q, q$ 为常数, 求有穷数列 x_1, x_2, \dots, x_n 的通项公式.

参考答案 (文)

1. $1 - 2i$

2. $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$

$\arctan \frac{7}{30}$ 弧度

② 25

3. π

4. $\arctan \frac{1}{2}$

22. ① $M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \pm\sqrt{2}\right)$

② $\frac{\sqrt{2}}{4}$

5. 6π

③ 略

6. $\log_2 3$

7. $\frac{8}{7}$

23. ① 2, 3, 4, 5, 1

8. -20

2, 3, 4, 5

9. 3

2, 3, 4, 5

10. -2

2, 3, 4, 5

11. $\frac{2}{3}$

2, 3, 4, 5

12. [1, 4]

② 略

13. $\frac{1}{4}$

③ $2525(1-a)$

14. $\frac{13\sqrt{5}+3}{26}$

15. D

参考答案 (理)

16. B

1. $1-2i$

17. A

2. $\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$

18. C

3. $\left[-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right]$

19. ① $\frac{4}{3}\sqrt{3}$ ② $\arccos \frac{3}{4}$

20. ① $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

4. $\arctan 2$

② $y = 3 - 10^x (0 \leq x \leq \lg 2)$

5. -160

6. $\frac{8}{7}$

21. ① 速度为 $\sqrt{949}$ 海里/小时, 方向为北偏东

7. $(-\infty, 1]$ ③定值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$
8. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ 23. ①4
9. -1 ②略
10. $\frac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{6}-\theta\right)}$ ③ $x_k = q^{k-1} (k = 1, 2, \dots, n)$
11. $\frac{2}{3}$
12. $[2, 5]$
13. $\frac{5}{4}$
14. $\frac{2}{3}c\sqrt{a^2 - c^2 - 1}$
15. B
16. C
17. A
18. D
19. ① $2\sqrt{3}$ ② $\frac{\pi}{4}$
20. ① $\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$
- ② $y = 3 - 10^x (0 \leq x \leq \lg 2)$
21. ①速度为 $\sqrt{949}$ 海里/小时, 方向为北偏东
 $\arctan \frac{7}{30}$ 弧度
- ②25
22. ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$
- ②略