2010年高考数学（文科）上海试题

2010-6-7　　　　　　班级_____，学号_____，姓名____________

一、填空题（本大题满分56分，每小题4分）

1．已知集合 $A=\{1,3,m\}$，$B=\{3,4\}$，$A\cup B=\{1,2,3,4\}$，则 $m=$______________.

2．不等式 $\dfrac{2-x}{x+4}>0$ 的解集是______________.

3．行列式 $\begin{vmatrix}\cos\dfrac{\pi}{6} & \sin\dfrac{\pi}{6}\\ \sin\dfrac{\pi}{6} & \cos\dfrac{\pi}{6}\end{vmatrix}$ 的值是______________.

4．若复数 $z=1-2\mathrm{i}$（i为虚数单位），则 $z\cdot\bar{z}+z=$______________.

5．将一个总体分为 A、B、C 三层，其个体数之比为5:3:2．若用分层抽样方法抽取容量为100的样本，则应从 C 中抽取______________个个体．

6．已知四棱锥 P—$ABCD$ 的底面是边长为6的正方体，侧棱 $PA\perp$底面 $ABCD$，且 $PA=8$，则该四棱锥的体积是______________.

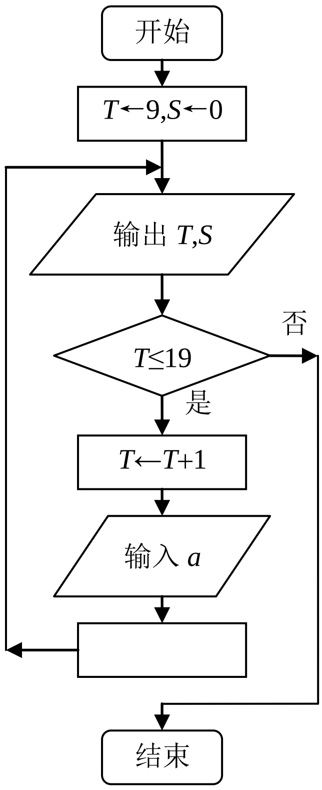
7．圆 $C:x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 $d=$______________.

8．动点 P 到点 $F(2,0)$的距离与它到直线 $x+2=0$ 的距离相等，则点 P 的轨迹方程为_________.

9．函数 $f(x)=\log_3(x+3)$的反函数的图像与 y 轴的交点坐标是_____.

10．从一副混合后的扑克牌(52张)中随机抽取2张，则“抽出的2张均为红桃”的概率为____________（结果用最简分数表示）．

11．2010年上海世博会园区每天9:00开园，20:00停止入园．在右边的框图中，S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a 表示整点报道前1个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入______________.



12．在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix}1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n\\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1\\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1\end{pmatrix}$ 中，

记位于第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$．
当 $n=9$ 时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$______________.

13．在平面直角坐标系中，双曲线 Γ 的中心在原点，它的一个焦点坐标为 $(\sqrt{5},0)$，$\vec{e_1}=(2,1)$、$\vec{e_2}=(2,-1)$ 分别是两条渐近线的方向向量．任取双曲线 Γ 上的点 P，若 $\overrightarrow{OP}=a\vec{e_1}+b\vec{e_2}$ (a、$b\in\mathbf{R}$)，则 a、b 满足的一个等式是______________.

14．将直线 l_1:$x+y-1=0$、l_2:$nx+y-n=0$、l_3:$x+ny-n=0$($n\in\mathbf{N}^*,n\geq 2$)围成的三角形面积记为 S_n，

则 $\lim\limits_{n\to\infty} S_n=$________________．

二、**选择题**（本大题满分 20 分，每小题 5 分）

15．满足线性约束条件 $\begin{cases} 2x+y\leq 3, \\ x+2y\leq 3, \\ x\geq 0, \\ y\geq 0 \end{cases}$ 的目标函数 $z=x+y$ 的最大值是

（　　）

A．1　　B．$\frac{3}{2}$　　C．2　　D．3

16．“$x=2k\pi+\frac{\pi}{4}$ ($k\in\mathbf{Z}$)”是“$\tan x=1$”成立的

（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

17．若 x_0 是方程 $\lg x+x=2$ 的解，则 x_0 属于区间

（　　）

A．(0,1)　　B．(1,1.25)　　C．(1.25,1.75)　　D．(1.75,2)

18．若ΔABC 的三个内角满足 $\sin A:\sin B:\sin C=5:11:13$，则$\Delta ABC$

（　　）

A．一定是锐角三角形　　B．一定是直角三角形

C．一定是钝角三角形　　D．可能是锐角三角形，也可能是钝角三角形

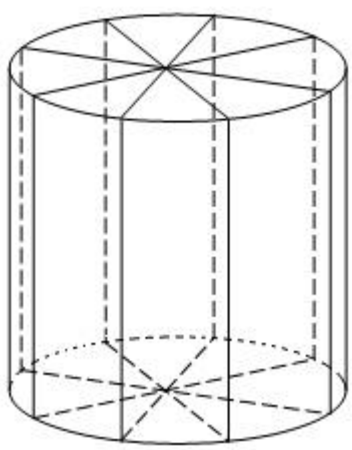
三、**解答题**（本大题满分 74 分）

19．（本题满分 12 分）

已知 $0<x<\frac{\pi}{2}$，化简：$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\frac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})]-\lg(1+\sin 2x)$．

20．（本题满分 14 分）第 1 小题满分 7 分，第 2 小题满分 7 分．

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作 4 个全等的矩形骨架，总计耗用 9.6 米铁丝．再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）．



(1) 当圆柱底面半径 r 取何值时，S 取得最大值？并求出该最大值（结果精确到 0.01 平方米）；

(2) 若要制作一个如图放置的、底面半径为 0.3 米的灯笼，请作出用于制作灯笼的三视图（作图时，不需考虑骨架等因素）.

21.（本题满分 14 分）第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分.

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n-5a_n-85,n\in\mathbf{N}^*$.

(1) 证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 求数列$\{S_n\}$的通项公式，并求出使得 $S_{n+1}>S_n$ 成立的最小正整数 n.

22.（本题满分 16 分）第 1 小题满分 3 分，第 2 小题满分 5 分，第 3 小题满分 8 分.

若实数 x、y、m 满足$|x-m|<|y-m|$，则称 x 比 y 接近 m.

(1) 若 x^2-1 比 3 接近 0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，证明：a^2b+ab^2 比 a^3+b^3 接近 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) 已知函数 $f(x)$的定义域 $D=\{x|x\neq k\pi,k\in\mathbf{Z},x\in\mathbf{R}\}$. 任取 $x\in D$，$f(x)$等于 $1+\sin x$ 和 $1-\sin x$ 中接近 0 的那个值. 写出函数 $f(x)$的解析式，并指出它的奇偶性、最小正周期、最小值和单调性（结论不要求证明）

23.（本题满分 18 分）第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分.

已知椭圆 Γ 的方程为$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$A(0,b)$、$B(0,-b)$和 $Q(a,0)$为 Γ 的三个顶点.

(1) 若点 M 满足 $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AQ}+\overrightarrow{AB})$，求点 M 的坐标；

(2) 设直线 l_1:$y=k_1x+p$ 交椭圆 Γ 于 C、D 两点，交直线 l_2:$y=k_2x$ 于点 E. 若 $k_1\cdot k_2=-\dfrac{b^2}{a^2}$，

证明：E 为 CD 的中点；

(3) 设点 P 在椭圆 Γ 内且不在 x 轴上，如何构作过 PQ 中点 F 的直线 l，使得 l 与椭圆 Γ 的两个交点 P_1、P_2 满足 $\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$？令 $a=10$，$b=5$，点 P 的坐标

是(−8,−1)．若椭圆 Γ 上的点 P_1、P_2 满足 $\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，求点 P_1、P_2 的坐标．

2010 年高考数学（理科）上海试题

2010-6-7　　　　　　班级_____，学号_____，姓名_____________

一、填空题（本大题满分 56 分，每小题 4 分）

1．不等式 $\dfrac{2-x}{x+4}>0$ 的解集是_______________.

2．若复数 z=1−2i（i 为虚数单位），则 $z\cdot\bar{z}+z=$_______________.

3．动点 P 到点 F(2,0)的距离与它到直线 x+2=0 的距离相等，则点 P 的轨迹方程为_________.

4．行列式 $\begin{vmatrix}\cos\frac{\pi}{3} & \sin\frac{\pi}{6}\\ \sin\frac{\pi}{3} & \cos\frac{\pi}{6}\end{vmatrix}$ 的值是_______________.

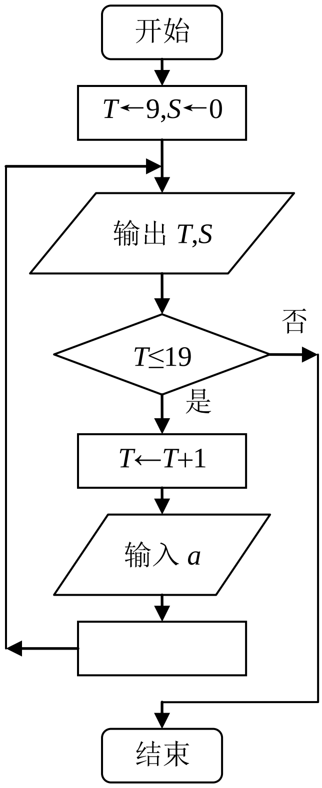
5．圆 C:$x^2+y^2-2x-4y+4=0$ 的圆心到直线 $3x+4y+4=0$ 的距离 d=_______________.

6．随机变量 ξ 的概率分布由下表给出：

x	7	8	9	10
$P(\xi=x)$	0.3	0.35	0.2	0.15

则该随机变量 ξ 的均值是_______________.

7．2010 年上海世博会园区每天 9:00 开园，20:00 停止入园．在右边的框图中，S 表示上海世博会官方网站在每个整点报道的入园总人数，a 表示整点报道前 1 个小时内入园人数，则空白的执行框内应填入_______________.



8．对于不等于 1 的正数 a，函数 $f(x)=\log_a(x+3)$的反函数的图像都经过点 P，则点 P 的坐标为_______________.

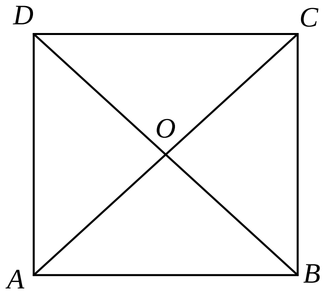
9．从一副混合后的扑克牌(52 张)中，随机抽取 1 张，事件 A 为“抽得红桃 K”，事件 B 为“抽得黑桃”，则概率

$P(A\cup B)=$_______________(结果用最简分数表示).

10．在 n 行 n 列矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n-2 & n-1 & n \\ 2 & 3 & 4 & \cdots & n-1 & n & 1 \\ 3 & 4 & 5 & \cdots & n & 1 & 2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ n & 1 & 2 & \cdots & n-3 & n-2 & n-1 \end{pmatrix}$ 中，记位于第 i 行第 j 列的数为 $a_{ij}(i,j=1,2,\cdots,n)$．当 $n=9$ 时，$a_{11}+a_{22}+a_{33}+\cdots+a_{99}=$________________.

11．将直线 l_1：$nx+y-n=0$、l_2：$x+ny-n=0(n\in\mathbf{N}^*)$、$x$ 轴、y 轴围成的封闭区域的面积记为 S_n，

则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$________________.



12．如图所示，在边长为 4 的正方形纸片 $ABCD$ 中，AC 与 BD

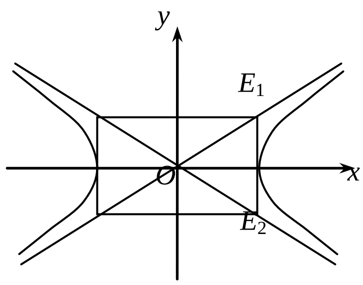
相交于点 O，剪去 ΔAOB，将剩余部分沿 OC、OD 折叠，使 OA、OB 重合，则以 $A(B)$、C、D、O 为顶点的四面体的体积是________________.

13．如图所示，直线 $x=2$ 与双曲线 $\Gamma:\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$ 的渐近线

交于 E_1、E_2 两点，记 $\overrightarrow{OE_1}=\overrightarrow{e_1}$，$\overrightarrow{OE_2}=\overrightarrow{e_2}$，任取双曲

线 Γ 上的点 P，若 $\overrightarrow{OP}=a\overrightarrow{e_1}+b\overrightarrow{e_2}(a,b\in R)$，

则 a、b 满足的一个等式是________________.



14．从集合 $U=\{a,b,c,d\}$ 的子集中选出 4 个不同的子集，

需同时满足以下两个条件：

(1) $\varnothing,U$ 都要选出；(2)对选出的任意两个子集 A 和 B，必有 $A\subseteq B$ 或 $A\supseteq B$．

那么，共有____________种不同的选择.

二、选择题（本大题满分 20 分，每小题 5 分）

15．“$x=2k\pi+\dfrac{\pi}{4}\,(k\in\mathbf{Z})$”是“$\tan x=1$”成立的 （　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

16．直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-t \end{cases}(t\in\mathbf{R})$，则 l 的方向向量 $\vec{d}$ 可以是

（　　）

A．(1,2)　　B．(2,1)　　C．(−2,1)　　D．(1,−2)

17．若 x_0 是方程 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x=x^{\frac{1}{3}}$ 的解，则 x_0 属于区间

（　　）

A．$\left(\frac{2}{3},1\right)$　　B．$\left(\frac{1}{2},\frac{2}{3}\right)$　　C．$\left(\frac{1}{3},\frac{1}{2}\right)$　　D．$\left(0,\frac{1}{3}\right)$

18．某人要作一个三角形，要求它的三条高的长度分别是$\frac{1}{13}$、$\frac{1}{11}$、$\frac{1}{5}$，则此人将　　　　（　　）

A．不能作出满足要求的三角形　　B．作出一个锐角三角形

C．作出一个直角三角形　　D．作出一个钝角三角形

三、解答题（本大题满分 74 分）

19．（本题满分 12 分）

已知$0<x<\frac{\pi}{2}$，化简：$\lg(\cos x\cdot\tan x+1-2\sin^2\frac{x}{2})+\lg[\sqrt{2}\cos(x-\frac{\pi}{4})]-\lg(1+\sin 2x)$．

20．（本题满分 13 分）第 1 小题满分 5 分，第 2 小题满分 8 分．

已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $S_n=n-5a_n-85,n\in\mathbf{N}^*$．

(1) 证明：$\{a_n-1\}$是等比数列；

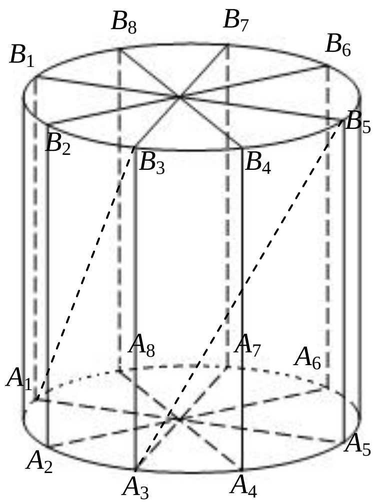
(2) 求数列$\{S_n\}$的通项公式，并指出 n 为何值时，S_n 取得最小值，并说明理由．

20．（本题满分 14 分）第 1 小题满分 5 分，第 2 小题满分 8 分．

如图所示，为了制作一个圆柱形灯笼，先要制作 4 个全等的矩形骨架，总计耗用 9.6 米铁丝．骨架将圆柱底面 8 等分．再用 S 平方米塑料片制成圆柱的侧面和下底面（不安装上底面）．

(1) 当圆柱底面半径 r 取何值时，S 取得最大值？并求出该最大值（结果精确到 0.01 平方米）；

(2) 在灯笼内，以矩形骨架的顶点为端点，安装一些霓虹灯．当灯笼底面半径为 0.3 米时，求图中两根直线型霓虹灯 A_1B_3、A_3B_5 所在异面直线所成角的大小（结果用反三角函数值表示）．



22．（本题满分 18 分）第 1 小题满分 3 分，第 2 小题满分 5 分，第 3 小题满分 10 分．

若实数 x、y、m 满足$|x-m|>|y-m|$，则称 x 比 y 远离 m．

(1) 若 x^2-1 比 1 远离 0，求 x 的取值范围；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，证明：a^3+b^3 比 a^2b+ab^2 远离 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) 已知函数 $f(x)$的定义域 $D=\{x\mid x\neq\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},k\in\mathbf{Z},x\in\mathbf{R}\}$．任取 $x\in D$，$f(x)$等于 $\sin x$ 和 $\cos x$ 中远离 0 的那个值．写出函数 $f(x)$的解析式，并指出它的基本性质（结论不要求证明）

23．（本题满分 18 分）第 1 小题满分 3 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 9 分．

已知椭圆 Γ 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，点 P 的坐标为$(-a,b)$．

(1) 若直角坐标平面上的点 M、$A(0,-b)$、$B(a,0)$满足 $\overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB})$，求点 M 的坐标；

(2) 设直线 l_1:$y=k_1x+p$ 交椭圆 Γ 于 C、D 两点，交直线 l_2:$y=k_2x$ 于点 E．若 $k_1\cdot k_2=-\frac{b^2}{a^2}$，

证明：E 为 CD 的中点；

(3) 对于椭圆 Γ 上的点 $Q(a\cos\theta,b\sin\theta)(0<\theta<\pi)$，如果椭圆 Γ 上存在不同的两点 P_1、P_2 使 $\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$，写出求作点 P_1、P_2 的步骤，并求出使 P_1、P_2 存在的 θ 的取值范围．

文科参考答案

一、填空题

1．2；　2．(−4,2)；　3．0.5；　4．6−2i；　5．20；　6．96；　7．3；

8．$y^2=8x$；　9．(0,−2)；　10．$\frac{3}{51}$；　11．$S\leftarrow S+a$；　12．45；　13．$4ab=1$；

14．$\frac{1}{2}$．

二、选择题

15．C；　16．A；　17．C；　18．C．

三、解答题

19．原式$=\lg(\sin x+\cos x)+\lg(\cos x+\sin x)-\lg(\sin x+\cos x)^2=0$．

20．(1) 设圆柱形灯笼的母线长为 l，则 $l=1.2-2r(0<r<0.6)$，$S=-3\pi(r-0.4)^2+0.48\pi$，所以当 $r=0.4$ 时，S 取得最大值约为 1.51 平方米；

(2) 当 $r=0.3$ 时，$l=0.6$，作三视图略．

21．(1) 当 $n=1$ 时，$a_1=-14$；当 $n\geq2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=-5a_n+5a_{n-1}+1$，所以

$a_n-1=\frac{5}{6}(a_{n-1}-1)$，

又 $a_1-1=-15\neq 0$，所以数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 由(1)知：$a_n-1=-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，得 $a_n=1-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，从而

$S_n=75\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}+n-90$ ($n\in\mathbf{N}^*$)；

由 $S_{n+1}>S_n$，得$\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}<\frac{2}{5}$，$n>\log_{\frac{5}{6}}\frac{2}{25}+1\approx 14.9$，最小正整数 $n=15$．

22．(1) $x\in(-2,2)$；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，有 $a^2b+ab^2>2ab\sqrt{ab}$，$a^3+b^3>2ab\sqrt{ab}$，

因为$|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|-|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|=-(a+b)(a-b)^2<0$，

所以$|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|<|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|$，即 a^2b+ab^2 比 a^3+b^3 接近 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) $f(x)=\begin{cases}1+\sin x, & x\in(2k\pi-\pi,2k\pi)\\ 1-\sin x, & x\in(2k\pi,2k\pi+\pi)\end{cases}=1-|\sin x|, x\neq k\pi, k\in\mathbf{Z}$，

$f(x)$是偶函数，$f(x)$是周期函数，最小正周期 $T=\pi$，函数 $f(x)$的最小值为 0，函数 $f(x)$在区间$[k\pi-\frac{\pi}{2},k\pi)$单调递增，在区间$(k\pi,k\pi+\frac{\pi}{2}]$单调递减，$k\in\mathbf{Z}$．

23．(1) $M(\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$；

(2) 由方程组$\begin{cases}y=k_1x+p\\ \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，消 y 得方程$(a^2k_1^2+b^2)x^2+2a^2k_1px+a^2(p^2-b^2)=0$，

因为直线$l_1: y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，

所以$\Delta>0$，即 $a^2k_1^2+b^2-p^2>0$，

设 $C(x_1,y_1)$、$D(x_2,y_2)$，CD 中点坐标为(x_0,y_0)，

则$\begin{cases}x_0=\frac{x_1+x_2}{2}=-\frac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2}\\ y_0=k_1x_0+p=\frac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2}\end{cases}$，

由方程组$\begin{cases} y=k_1x+p \\ y=k_2x \end{cases}$，消 y 得方程$(k_2-k_1)x=p$，

又因为$k_2=-\dfrac{b^2}{a^2k_1}$，所以$\begin{cases} x=\dfrac{p}{k_2-k_1}=-\dfrac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2}=x_0 \\ y=k_2x=\dfrac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2}=y_0 \end{cases}$，

故 E 为 CD 的中点；

(3) 因为点 P 在椭圆 Γ 内且不在 x 轴上，所以点 F 在椭圆 Γ 内，可以求得直线 OF 的斜率 k_2，由 $\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$ 知 F 为 P_1P_2 的中点，根据(2)可得直线 l 的斜率$k_1=-\dfrac{b^2}{a^2k_2}$，从而得直线 l 的方程．

$F(1,-\dfrac{1}{2})$，直线 OF 的斜率$k_2=-\dfrac{1}{2}$，直线 l 的斜率$k_1=-\dfrac{b^2}{a^2k_2}=\dfrac{1}{2}$，

解方程组$\begin{cases} y=\dfrac{1}{2}x-1 \\ \dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{25}=1 \end{cases}$，消 y：$x^2-2x-48=0$，解得 $P_1(-6,-4)$、$P_2(8,3)$．

理科参考答案

一、填空题

1．$(-4,2)$； 2．$6-2i$； 3．$y^2=8x$； 4．0； 5．3； 6．8.2； 7．$S\leftarrow S+a$；

8．$(0,-2)$； 9．$\dfrac{7}{26}$； 10．45； 11．1； 12．$\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$； 13．$4ab=1$；

14．36．

二、选择题

15．A； 16．C； 17．C； 18．D．

三、解答题

19．原式$=\lg(\sin x+\cos x)+\lg(\cos x+\sin x)-\lg(\sin x+\cos x)^2=0$．

20．(1) 当 $n=1$ 时，$a_1=-14$；当 $n\ge 2$ 时，$a_n=S_n-S_{n-1}=-5a_n+5a_{n-1}+1$，所以

$a_n-1=\dfrac{5}{6}(a_{n-1}-1)$，

又 $a_1-1=-15\ne 0$，所以数列$\{a_n-1\}$是等比数列；

(2) 由(1)知：$a_n-1=-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，得$a_n=1-15\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$，从而

$S_n=75\cdot\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}+n-90$ ($n\in\mathbf{N}^*$)；

解不等式 $S_n<S_{n+1}$，得$\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}<\frac{2}{5}$，$n>\log_{\frac{5}{6}}\frac{2}{25}+1\approx14.9$，当 $n\geq15$ 时，数列$\{S_n\}$单调递增；

同理可得，当 $n\leq15$ 时，数列$\{S_n\}$单调递减；故当 $n=15$ 时，S_n 取得最小值.

21．(1) 设圆柱形灯笼的母线长为 l，则 $l=1.2-2r(0<r<0.6)$，$S=-3\pi(r-0.4)^2+0.48\pi$，所以当 $r=0.4$ 时，S 取得最大值约为 1.51 平方米；

(2) 当 $r=0.3$ 时，$l=0.6$，建立空间直角坐标系，可得$\overrightarrow{A_1B_3}=(-0.3,0.3,0.6)$，

$\overrightarrow{A_3B_5}=(-0.3,-0.3,0.6)$，

设向量$\overrightarrow{A_1B_3}$与$\overrightarrow{A_3B_5}$的夹角为θ，则$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{A_1B_3}\cdot\overrightarrow{A_3B_5}}{|\overrightarrow{A_1B_3}|\cdot|\overrightarrow{A_3B_5}|}=\frac{2}{3}$，

所以 A_1B_3、A_3B_5 所在异面直线所成角的大小为$\arccos\frac{2}{3}$.

22．(1) $x\in(-\infty,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2}.+\infty)$；

(2) 对任意两个不相等的正数 a、b，有 $a^3+b^3>2ab\sqrt{ab}$，$a^2b+ab^2>2ab\sqrt{ab}$，

因为$|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|-|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|=(a+b)(a-b)^2>0$，

所以$|a^3+b^3-2ab\sqrt{ab}|>|a^2b+ab^2-2ab\sqrt{ab}|$，即 a^3+b^3 比 a^2b+ab^2 远离 $2ab\sqrt{ab}$；

(3) $f(x)=\begin{cases}|\sin x|, & x\in(k\pi+\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{3\pi}{4})\\ |\cos x|, & x\in(k\pi-\frac{\pi}{4},k\pi+\frac{\pi}{4})\end{cases}$，

性质：1°$f(x)$是偶函数，图像关于 y 轴对称，2°$f(x)$是周期函数，最小正周期$T=\frac{\pi}{2}$，

3°函数 $f(x)$在区间$(\frac{k\pi}{2}-\frac{\pi}{4},\frac{k\pi}{2}]$单调递增，在区间$[\frac{k\pi}{2},\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4})$单调递减，$k\in\mathbf{Z}$，

4°函数 $f(x)$的值域为$(\frac{\sqrt{2}}{2},1]$.

23．(1) $M(\frac{a}{2},-\frac{b}{2})$；

(2) 由方程组$\begin{cases} y=k_1x+p \\ \dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$，消 y 得方程$(a^2k_1^2+b^2)x^2+2a^2k_1px+a^2(p^2-b^2)=0$，

因为直线$l_1: y=k_1x+p$交椭圆Γ于C、D两点，

所以$\Delta>0$，即$a^2k_1^2+b^2-p^2>0$，

设 $C(x_1,y_1)$、$D(x_2,y_2)$，CD 中点坐标为(x_0,y_0)，

则$\begin{cases} x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2} \\ y_0=k_1x_0+p=\dfrac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2} \end{cases}$，

由方程组$\begin{cases} y=k_1x+p \\ y=k_2x \end{cases}$，消 y 得方程$(k_2-k_1)x=p$，

又因为$k_2=-\dfrac{b^2}{a^2k_1}$，所以$\begin{cases} x=\dfrac{p}{k_2-k_1}=-\dfrac{a^2k_1p}{a^2k_1^2+b^2}=x_0 \\ y=k_2x=\dfrac{b^2p}{a^2k_1^2+b^2}=y_0 \end{cases}$，

故 E 为 CD 的中点；

(3) 求作点 P_1、P_2 的步骤：1°求出 PQ 的中点$E(-\dfrac{a(1-\cos\theta)}{2},\dfrac{b(1+\sin\theta)}{2})$，

2°求出直线 OE 的斜率$k_2=-\dfrac{b(1+\sin\theta)}{a(1-\cos\theta)}$，

3°由$\overrightarrow{PP_1}+\overrightarrow{PP_2}=\overrightarrow{PQ}$知 E 为 CD 的中点，根据(2)可得 CD 的斜率

$k_1=-\dfrac{b^2}{a^2k_2}=\dfrac{b(1-\cos\theta)}{a(1+\sin\theta)}$，

4°从而得直线 CD 的方程：$y-\dfrac{b(1+\sin\theta)}{2}=\dfrac{b(1-\cos\theta)}{a(1+\sin\theta)}(x+\dfrac{a(1-\cos\theta)}{2})$，

5°将直线 CD 与椭圆 Γ 的方程联立，方程组的解即为点 P_1、P_2 的坐标.

欲使 P_1、P_2 存在，必须点 E 在椭圆内，

所以$\dfrac{(1-\cos\theta)^2}{4}+\dfrac{(1+\sin\theta)^2}{4}<1$，化简得$\sin\theta-\cos\theta<\dfrac{1}{2}$，$\sin(\theta-\dfrac{\pi}{4})<\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，

又 $0<\theta<\pi$，即$-\dfrac{\pi}{4}<\theta-\dfrac{\pi}{4}<\dfrac{3\pi}{4}$，所以$-\dfrac{\pi}{4}<\theta-\dfrac{\pi}{4}<\arcsin\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，

故θ 的取值范围是$(0,\dfrac{\pi}{4}+\arcsin\dfrac{\sqrt{2}}{4})$.