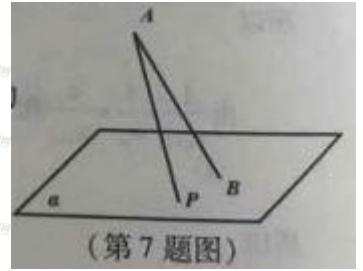


7、如图，斜线段 AB 与平面 α 所成的角为 60° ，B 为斜足，平面 α 上的动点 P 满足 $\angle PAB = 30^\circ$ ，则点 P 的轨迹是 ()



- A. 直线
- B. 抛物线
- C. 椭圆
- D. 双曲线的一支

8、设实数 a, b, t 满足 $|a+1| = |\sin b| = t$ ()

- A. 若 t 确定，则 b^2 唯一确定
- B. 若 t 确定，则 $a^2 + 2a$ 唯一确定
- C. 若 t 确定，则 $\sin \frac{b}{2}$ 唯一确定
- D. 若 t 确定，则 $a^2 + a$ 唯一确定

二、填空题 (本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分.)

9、计算： $\log_2 \frac{\sqrt{2}}{2} =$ _____， $2^{\log_2 3 + \log_4 3} =$ _____.

10、已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，公差 d 不为零. 若 a_2, a_3, a_7 成等比数列，且 $2a_1 + a_2 = 1$ ，则 $a_1 =$ _____， $d =$ _____.

11、函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 1$ 的最小正周期是 _____，最小值是 _____.

12、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ x + \frac{6}{x} - 6, & x > 1 \end{cases}$ ，则 $f[f(-2)] =$ _____， $f(x)$ 的最小值是 _____.

13、已知 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是平面单位向量，且 $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \frac{1}{2}$. 若平面向量 \vec{b} 满足 $\vec{b} \cdot \vec{e}_1 = \vec{b} \cdot \vec{e}_2 = 1$ ，则 $|\vec{b}| =$ _____.

14、已知实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 \leq 1$ ，则 $|2x + y - 4| + |6 - x - 3y|$ 的最大值是 _____.

15、椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点 $F(c, 0)$ 关于直线 $y = \frac{b}{c}x$ 的对称点 Q 在椭圆上，则椭圆的离心率是 _____.

三、解答题 (本大题共 5 小题，共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

16. (本题满分 14 分) 在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 已知 $\tan(\frac{\pi}{4} + A) = 2$.

- (1) 求 $\frac{\sin 2A}{\sin 2A + \cos^2 A}$ 的值;
- (2) 若 $B = \frac{\pi}{4}, a = 3$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. (本题满分 15 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足， $a_1 = 2, b_1 = 1, a_{n+1} = 2a_n (n \in \mathbb{N}^*)$,

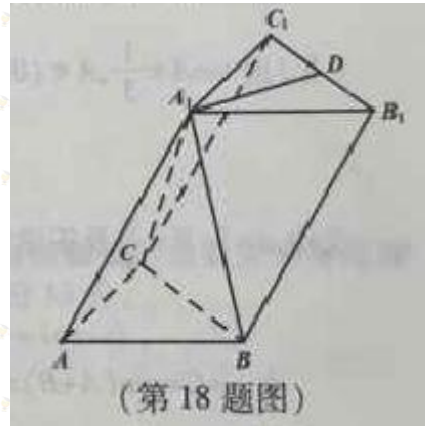
$$b_1 + \frac{1}{2}b_2 + \frac{1}{3}b_3 + \dots + \frac{1}{n}b_n = b_{n+1} - 1 (n \in \mathbb{N}^*).$$

- (1) 求 a_n 与 b_n ;
- (2) 记数列 $\{a_n b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ，求 T_n .

18. (本题满分 15 分) 如图, 在三棱锥 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, $AA_1 = 4$, A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点, D 为 B_1C_1 的中点.

(1) 证明: $A_1D \perp$ 平面 A_1BC ;

(2) 求直线 A_1B 和平面 BB_1CC_1 所成的角的正弦值.

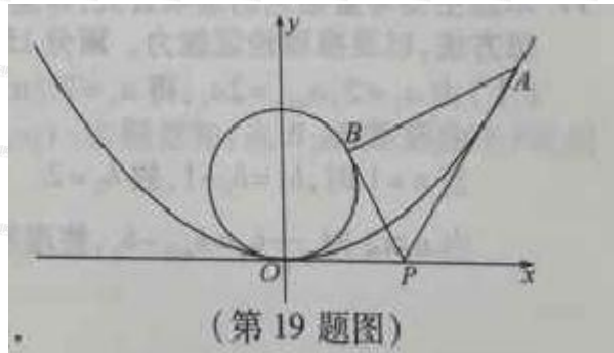


19. (本题满分 15 分) 如图, 已知抛物线 $C_1: y = \frac{1}{4}x^2$, 圆 $C_2: x^2 + (y - 1)^2 = 1$, 过点 $P(t, 0)$ ($t > 0$) 作不过原点 O 的直线 PA , PB 分别与抛物线 C_1 和圆 C_2 相切, A , B 为切点.

(1) 求点 A , B 的坐标;

(2) 求 $\triangle PAB$ 的面积.

注: 直线与抛物线有且只有一个公共点, 且与抛物线的对称轴不平行, 则该直线与抛物线相切, 称该公共点为切点.



20. (本题满分 15 分) 设函数 $f(x) = x^2 + ax + b$, ($a, b \in R$).

(1) 当 $b = \frac{a^2}{4} + 1$ 时, 求函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的最小值 $g(a)$ 的表达式;

(2) 已知函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上存在零点, $0 \leq b - 2a \leq 1$, 求 b 的取值范围.