

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷） 数学（理科）

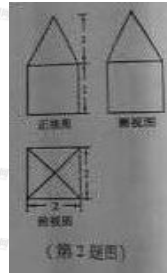
一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

1、已知集合 $P = \{x | x^2 - 2x \geq 0\}$, $Q = \{x | 1 < x \leq 2\}$, 则 $(\complement_{\mathbb{R}} P) \cap Q =$ ()

- A. $[0,1]$ B. $(0,2]$ C. $(1,2)$ D. $[1,2]$

2、某几何体的三视图如图所示（单位：cm），则该几何体的体积是 ()

- A. 8cm^3 B. 12cm^3 C. $\frac{32}{3}\text{cm}^3$ D. $\frac{40}{3}\text{cm}^3$



3、已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，公差 d 不为零，前 n 项和是 S_n ，若 a_3, a_4, a_8 成等比数列，则 ()

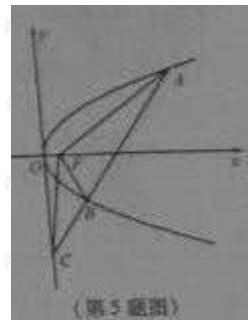
- A. $a_1 d > 0, dS_n > 0$ B. $a_1 d < 0, dS_n < 0$
C. $a_1 d > 0, dS_n < 0$ D. $a_1 d < 0, dS_n > 0$

4、命题 “ $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \in \mathbb{N}^*$ 且 $f(n) \leq n$ ” 的否定形式是 ()

- A. $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \in \mathbb{N}^*$ 且 $f(n) > n$ B. $\forall n \in \mathbb{N}^*, f(n) \in \mathbb{N}^*$ 或 $f(n) > n$
C. $\exists n_0 \in \mathbb{N}^*, f(n_0) \in \mathbb{N}^*$ 且 $f(n_0) > n_0$ D. $\exists n_0 \in \mathbb{N}^*, f(n_0) \in \mathbb{N}^*$ 或 $f(n_0) > n_0$

5、如图，设抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点为 F ，不经过焦点的直线上有三个不同的点 A, B, C ，其中点 A, B 在抛物线上，点 C 在 y 轴上，则 $\triangle BCF$ 与 $\triangle ACF$ 的面积之比是 ()

- A. $\frac{|BF|-1}{|AF|-1}$ B. $\frac{|BF|^2-1}{|AF|^2-1}$
C. $\frac{|BF|+1}{|AF|+1}$ D. $\frac{|BF|^2+1}{|AF|^2+1}$



6. 设 A, B 是有限集，定义 $d(A, B) = \text{card}(A \cup B) - \text{card}(A \cap B)$ ， $\text{card}(A)$ 表示有限集 A 中的元素个数，

命题①：对任意有限集 A, B ，“ $A \neq B$ ”是“ $d(A, B) > 0$ ”的条件；

命题②：对任意有限集 A, B, C ， $d(A, C) \leq d(A, B) + d(B, C)$ ，

- A. 命题①和命题②都成立 B. 命题①和命题②都不成立
C. 命题①成立，命题②不成立 D. 命题①不成立，命题②成立

7、存在函数 $f(x)$ 满足，对任意 $x \in \mathbb{R}$ 都有 ()

- A. $f(\sin 2x) = \sin x$ B. $f(\sin 2x) = x^2 + x$
C. $f(x^2 + 1) = |x + 1|$ D. $f(x^2 + 2x) = |x + 1|$

8、如图，已知 $\triangle ABC$ ， D 是 AB 的中点，沿直线 CD 将 $\triangle ACD$ 折成 $\triangle A'CD$ ，所成二面角 $A'-CD-B$ 的平面角为 α ，则 ()

- A. $\angle A'DB \leq \alpha$ B. $\angle A'DB \geq \alpha$
C. $\angle A'CB \leq \alpha$ D. $\angle A'CB \leq \alpha$



二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共

9、双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$ 的焦距是_____，渐近线方程是_____。

其中
充分必要

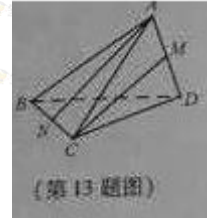
36 分。

10、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x + \frac{2}{2} - 1, & x \geq 1 \\ \lg(x^2 + 1), & x < 1 \end{cases}$ ，则 $f(f(-3)) =$ _____， $f(x)$ 的最小值是 _____。

11、函数 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 1$ 的最小正周期是 _____，单调递减区间是 _____。

12、若 $a = \log_2 3$ ，则 $2^a + 2^{-a} =$ _____。

13、如图，三棱锥 $A-BCD$ 中， $AB = AC = BD = CD = 3, AD = BC = 2$ ， M, N 分别是 AD, BC 的中点，则异面直线 AN, CM 所成的角的余弦值是 _____。



点

14、若实数 x, y 满足 $x^2 + y^2 \leq 1$ ，则 $|2x + y - 2| + |6 - x - 3y|$ 的最小值是 _____。

15、已知 \vec{e}_1, \vec{e}_2 是空间单位向量， $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = \frac{1}{2}$ ，若空间向量 \vec{b} 满足

$\vec{b} \cdot \vec{e}_1 = 2, \vec{b} \cdot \vec{e}_2 = \frac{5}{2}$ ，且对于任意 $x, y \in R$ ， $|\vec{b} - (x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2)| \geq |\vec{b} - (x_0\vec{e}_1 + y_0\vec{e}_2)| = 1 (x_0, y_0 \in R)$ ，则 $x_0 =$ _____， $y_0 =$ _____， $|\vec{b}| =$ _____。

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16、(本题满分 14 分)

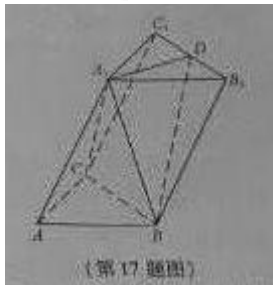
在 $\triangle ABC$ 中，内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，已知 $A = \frac{\pi}{4}$ ， $b^2 - a^2 = \frac{1}{2} c^2$ 。

- (I) 求 $\tan C$ 的值；
- (II) 若 $\triangle ABC$ 的面积为 7，求 b 的值。

17、(本题满分 15 分)

如图，在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 2$ ， $A_1A = 4$ ， A_1 在底面 ABC 的射影为 BC 的中点， D 为 B_1C_1 的中点。

- (I) 证明： $A_1D \perp$ 平面 $A_1B_1C_1$ ；
- (II) 求二面角 $A_1 - BD - B_1$ 的平面角的余弦值。



18、(本题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = x^2 + ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$), 记 $M(a, b)$ 是 $|f(x)|$ 在区间 $[-1, 1]$ 上的最大值。

- (I) 证明: 当 $|a| \geq 2$ 时, $M(a, b) \geq 2$;
- (II) 当 a, b 满足 $M(a, b) \leq 2$, 求 $|a| + |b|$ 的最大值.

19、(本题满分 15 分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 上两个不同的点 A, B 关于直线 $y = mx + \frac{1}{2}$ 对称.

- (I) 求实数 m 的取值范围;
- (II) 求 $\triangle AOB$ 面积的最大值 (O 为坐标原点).



20、(本题满分 15 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$ 且 $a_{n+1} = a_n - a_n^2$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

- (I) 证明: $1 \leq \frac{a_n}{a_{n+1}} \leq 2$ ($n \in \mathbb{N}^*$);
- (II) 设数列 $\{a_n^2\}$ 的前 n 项和为 S_n , 证明 $\frac{1}{2(n+2)} \leq \frac{S_n}{n} \leq \frac{1}{2(n+1)}$ ($n \in \mathbb{N}^*$).



下载自腾讯高考站 (<http://gaokao.qq.com/>)

