

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（四川卷）

数学（文史类）

一、选择题：本题共 10 个小题，每小题 5 分，共 50 分，在每个小题给出的四个选项中，只有一个是符合题目要求的。

1、设集合 $A = \{x | -1 < x < 2\}$ ，集合 $B = \{x | 1 < x < 3\}$ ，则 $A \cup B =$

- (A) $\{x | -1 < x < 3\}$ (B) $\{x | -1 < x < 1\}$ (C) $\{x | 1 < x < 2\}$ (D) $\{x | 2 < x < 3\}$

2、设向量 $\vec{a} = (2, 4)$ 与向量 $\vec{b} = (x, 6)$ 共线，则实数 $x =$

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

3、某学校为了了解三年级、六年级、九年级这三个年级之间的学生视力是否存在显著差异，拟从这三个年级中按人数比例抽取部分学生进行调查，则最合理的抽样方法是

- (A) 抽签法 (B) 系统抽样法 (C) 分层抽样法 (D) 随机数法

4、设 a, b 为正实数，则 " $a > b > 1$ " 是 " $\log_2 a > \log_2 b > 0$ " 的

- (A) 充要条件 (B) 充分不必要条件 (C) 必要不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

5、下列函数中，最小正周期为 π 的奇函数是

- (A) $y = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$ (B) $y = \sin(x + \frac{\pi}{3})$ (C) $y = \sin 2x + \cos x$ (D) $y = \sin x + \cos x$

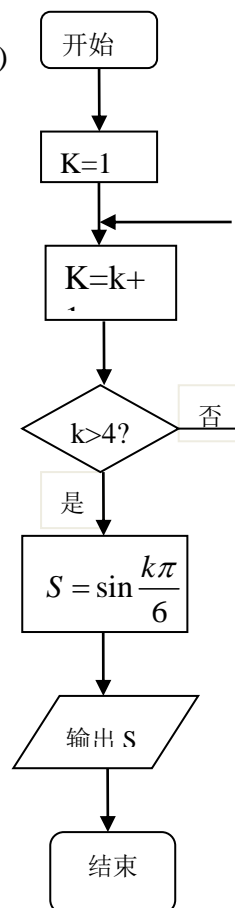
6、执行如图所示程序框图，输出 S 的值为

- (A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

7、过双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点且与 x 轴垂直的直线，交该双曲线的两条渐近线于

A, B 两点，则 $|AB| =$

- (A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $4\sqrt{3}$



- 8、某食品的保鲜时间 y (单位: 小时) 与储藏温度 x (单位: $^{\circ}\text{C}$) 满足函数关系 $y = e^{kx+b}$ ($e = 2.718\dots$ 为自然对数的底数, k, b 为常数)。若该食品在 0°C 的保鲜时间是 192 小时, 在 22°C 的保鲜时间是 48 小时, 则该食品在 33°C 的保鲜时间是
- (A) 16 小时 (B) 20 小时 (C) 24 小时 (D) 28 小时

- 9、设实数 x, y 满足 $\begin{cases} 2x + y \leq 10, \\ x + 2y \leq 14, \\ x + y \geq 6, \end{cases}$ 则 xy 的最大值为
- (A) $\frac{25}{2}$ (B) $\frac{49}{2}$ (C) 12 (D) 16

- 10、设直线 l 与抛物线 $y^2 = 4x$ 相交于 A, B 两点, 与圆 $(x-5)^2 + y^2 = r^2 (r > 0)$ 相切于点 M 。且 M 为线段 AB 的中点, 若这样的直线 l 恰有 4 条, 则 r 的取值范围是
- (A) (1, 3) (B) (1, 4) (C) (2, 3) (D) (2, 4)

二、填空题:

- 11、设 i 是虚数单位, 则 $i - \frac{1}{i} =$ _____。
- 12、 $\lg 0.01 + \log_2 16$ 的值是_____。
- 13、已知 $\sin \alpha + 2\cos \alpha = 0$, 则 $2\sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha$ 的值是_____。
- 14、在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle BAC = 90^{\circ}$, 其正视图和侧视图都是边长为 1 的正方形, 俯视图是直角边为 1 的等腰直角三角形, 设 M, N, P 分别是棱 AB, BC, B_1C_1 中点, 则三棱锥 $P - A_1MN$ 的体积是_____。
- 15、已知函数 $f(x) = 2^x, g(x) = x^2 + a$ (其中 $a \in \mathbf{R}$), 对于不相等的实数 x_1, x_2 , 设 $m = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}, n = \frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2}$, 则现有如下命题:
- ①对于任意不等的实数 x_1, x_2 , 都有 $m > 0$; ②对于任意的 a 及任意不相等的实数 x_1, x_2 , 都有 $n > 0$;
- ③对于任意的 a , 存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $m = n$; ④对于任意的 a , 存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $m = -n$ 。其中的真命题有_____。(写出所有真命题的序号)

三、解答题:

16、(本小题满分 12 分)

设数列 $\{a_n\} (n=1,2,3\dots)$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - a_1$, 且 a_1, a_1+1, a_3 成等差数列。(1) 求数

列 $\{a_n\}$ 的通项公式; (2) 设数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和为 T_n , 求 T_n 。

17、(本小题满分 12 分)

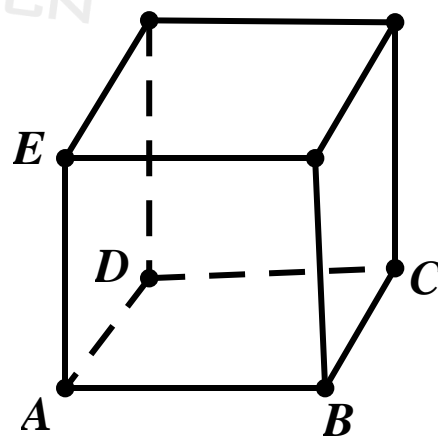
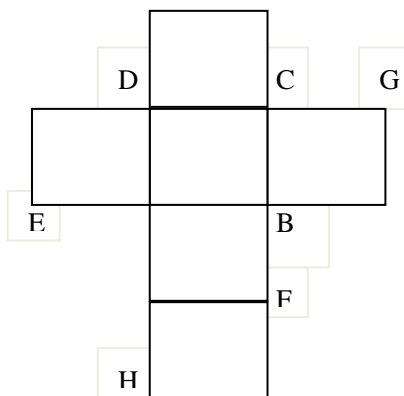
一辆小客车上有 5 各座位, 其座位号为 1,2,3,4,5, 乘客 P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 的座位号分别为 1,2,3,4,5, 他们按照座位号从小到大的顺序先后上车, 乘客 P_1 因身体原因没有坐自己的 1 号座位, 这时司机要求余下的乘客按以下规则就座: 如果自己的座位空着, 就只能坐自己的座位, 如果自己的座位已有乘客就坐, 就在这 5 个座位的剩余空位中任意选择座位。

乘客	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5
座位号	3	2	1	4	5
	3	2	4	5	1

(1) 若乘客 P_1 坐到了 3 号座位, 其他乘客按规则就座, 此时共有 4 种坐法下表给出了其中两种坐法, 请填入余下两种坐法 (将乘客就座的座位号填入表格空格处); (2) 若乘客 P_1 坐在了 2 号座位, 其他的乘客按规则就座, 求乘客 P_5 做到 5 号座位的概率。

18、(本小题满分 12 分)

一个正方体的平面展开图及该正方体的直观图的示意图如图所示。(1) 请将字母 F, G, H 标记在正方体相应的顶点处 (不需说明理由); (2) 判断平面 BEG 与平面 ACH 的位置关系, 并证明你的结论; (3) 证明: 直线 $DF \perp$ 平面 BEG 。



19、(本小题满分 12 分)

已知 A, B, C 为 $\triangle ABC$ 的内角, $\tan A, \tan B$ 是关于 x 的方程 $x^2 + \sqrt{3}px - p + 1 = 0 (p \in R)$

的两实根。(1) 求 C 的大小; (2) 若 $AB = 3, AC = \sqrt{6}$, 求 p 的值。

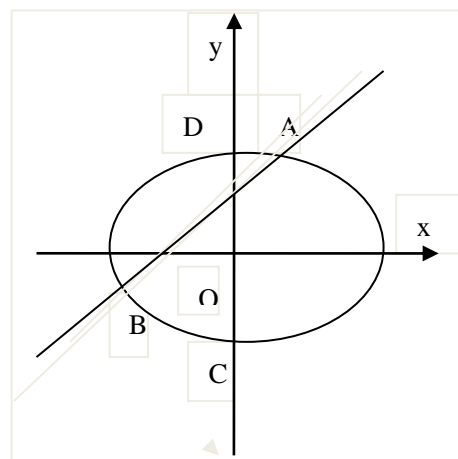
20、(本小题满分 13 分)

如图，椭圆 E: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，点 $(0, 1)$ 在短轴 CD

上，且 $\overline{PC} \perp \overline{PD} = -1$

(I) 求椭圆 E 的方程；

(II) 设 O 为坐标原点，过点 P 的动直线与椭圆交于 A、B 两点。是否存在常数 λ ，使得 $\overline{OA} \cdot \overline{OB} + \lambda \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 为定值？若存在，求 λ 的值；若不存在，请说明理由。



21、(本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = -2\ln x + x^2 - 2ax + a^2$ ，其中 $a > 0$ 。(1) 设 $g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数，讨论 $g(x)$ 的单调性；(2) 证明：存在 $a \in (0, 1)$ ，使得 $f(x) \geq 0$ 恒成立，且 $f(x) = 0$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内有唯一解。

易题库第一时间
提供Word版高考真题答案及解析
(yitiku.cn)



易题库
有哪些
功能？

易题库的教师功能

权威题库

快捷选题

在线组卷

测评报告

易题库的学生功能

在线练习

笔记本

能力评估

错题本