

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（四川）理科数学

1. 设集合 $A = \{x / (x+1)(x-2) < 0\}$, 集合 $B = \{x / 1 < x < 3\}$, 则 $A \cup B =$

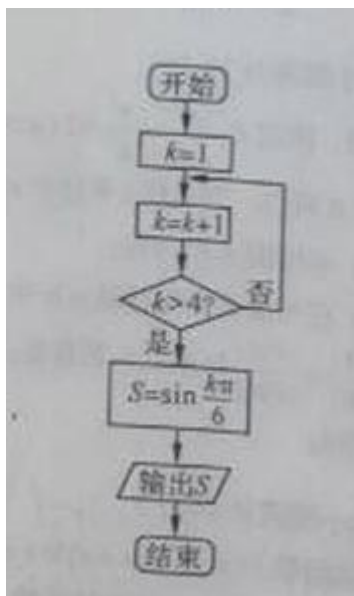
A. $\{x / -1 < x < 3\}$ B. $\{x / -1 < x < 1\}$ C. $\{x / 1 < x < 2\}$ D. $\{x / 2 < x < 3\}$

2. 设 i 是虚数单位, 则复数 $i^2 - \frac{2}{i} =$

A. $-i$ B. $-3i$ C. i D. $3i$

3. 执行如图所示的程序框图, 输出 S 的值是

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$



4. 下列函数中, 最小正周期为 π 且图象关于原点对称的函数是

A. $y = \cos(2x + \frac{\pi}{2})$

B. $y = \sin(2x + \frac{\pi}{2})$

C. $y = \sin 2x + \cos 2x$

D. $y = \sin x + \cos x$

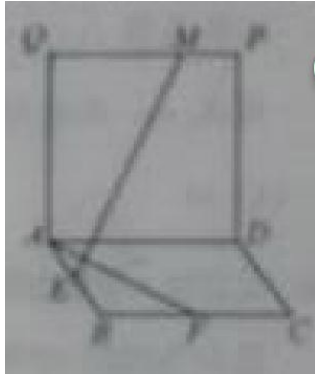
5. 过双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的右焦点且与 x 轴垂直的直线, 交该双曲线的两条渐近线于 A, B 两

点, 则 $|AB| =$

- (A) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 6 (D) $4\sqrt{3}$
6. 用数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数, 其中比 40000 大的偶数共有
 (A) 144 个 (B) 120 个 (C) 96 个 (D) 72 个
7. 设四边形 ABCD 为平行四边形, $|\overline{AB}|=6$, $|\overline{AD}|=4$. 若点 M, N 满足 $\overline{BM}=3\overline{MC}$, $\overline{DN}=2\overline{NC}$, 则 $\overline{AM} \cdot \overline{NM} =$
 (A) 20 (B) 15 (C) 9 (D) 6
8. 设 a, b 都是不等于 1 的正数, 则 “ $3^a > 3^b > 3$ ” 是 “ $\log_a 3 < \log_b 3$ ” 的
 (A) 充要条件 (B) 充分不必要条件
 (C) 必要不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件
9. 如果函数 $f(x) = \frac{1}{2}(m-2)x^2 + (n-8)x + 1$ ($m \geq 0, n \geq 0$) 在区间 $[\frac{1}{2}, 2]$ 单调递减, 则 mn 的最大值为
 (A) 16 (B) 18 (C) 25 (D) $\frac{81}{2}$
10. 设直线 l 与抛物线 $y^2 = 4x$ 相交于 A, B 两点, 与圆 $(x-5)^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 相切于点 M, 且 M 为线段 AB 的中点. 若这样的直线 l 恰有 4 条, 则 r 的取值范围是
 (A) (1, 3) (B) (1, 4) (C) (2, 3) (D) (2, 4)

二. 填空题

11. 在 $(2x-1)^8$ 的展开式中, 含 x 的项的系数是_____ (用数字作答)。
12. $\sin 15^\circ + \sin 75^\circ =$ _____。
13. 某食品的保鲜时间 y (单位: 小时) 与储存温度 x (单位: $^\circ\text{C}$) 满足函数关系 $y = e^{kx+b}$ ($e = 2.718\cdots$ 为自然对数的底数, k, b 为常数)。若该食品在 0°C 的保鲜时间设计 192 小时, 在 22°C 的保鲜时间是 45 小时, 则该食品在 33°C 的保鲜时间是_____小时。
14. 如图, 四边形 ABCD 和 ADPQ 均为正方形, 它们所在的平面互相垂直, 动点 M 在线段 PQ 上, E, F 分别为 AB, BC 的中点. 设异面直线 EM 与 AF 所成的角为 θ , 则 $\cos \theta$ 的最大值为_____。



15. 已知函数 $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^2 + ax$ (其中 $a \in R$). 对于不相等的实数 x_1, x_2 , 设

$$m = \frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2}, \quad n = \frac{g(x_1) - g(x_2)}{x_1 - x_2},$$

现有如下命题:

- (1) 对于任意不相等的实数 x_1, x_2 , 都有 $m > 0$;
- (2) 对于任意的 a 及任意不相等的实数 x_1, x_2 , 都有 $n > 0$;
- (3) 对于任意的 a , 存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $m = n$;
- (4) 对于任意的 a , 存在不相等的实数 x_1, x_2 , 使得 $m = -n$.

其中的真命题有_____ (写出所有真命题的序号).

三.解答题

16. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2a_n - a_3$, 且 $a_1, a_2 + 1, a_3$ 成等差数列

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

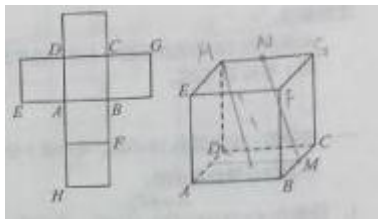
(2) 记数列 $\{\frac{1}{a_n}\}$ 的前 n 项和 T_n , 求得 $|T_n - 1| < \frac{1}{1000}$ 成立的 n 的最小值.

17. 某市 A, B 两所中学的学生组队参加辩论赛, A 中学推荐 3 名男生, 2 名女生, B 中学推荐了 3 名男生, 4 名女生, 两校推荐的学生一起参加集训, 由于集训后队员的水平相当, 从参加集训的男生中随机抽取 3 人, 女生中随机抽取 3 人组成代表队

- (1) 求 A 中学至少有 1 名学生入选代表队的概率.
- (2) 某场比赛前。从代表队的 6 名队员中随机抽取 4 人参赛，设 X 表示参赛的男生人数，求 X 得分布列和数学期望.

18. 一个正方体的平面展开图及该正方体的直观图的示意图如图所示，在正方体中，设 BC 的中点为 M ， GH 的中点为 N

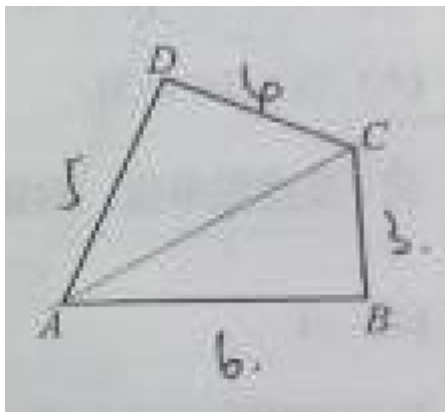
- (1) 请将字母 F, G, H 标记在正方体相应的顶点处（不需说明理由）
- (2) 证明：直线 $MN \parallel$ 平面 BDH
- (3) 求二面角 $A-EG-M$ 的余弦值.



19. 如图， A, B, C, D 为平面四边形 $ABCD$ 的四个内角.

- (1) 证明： $\tan \frac{A}{2} = \frac{1 - \cos A}{\sin A}$;
- (2) 若 $A + C = 180^\circ$, $AB = 6, BC = 3, CD = 4, AD = 5$, 求

$\tan \frac{A}{2} + \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{D}{2}$ 的值。



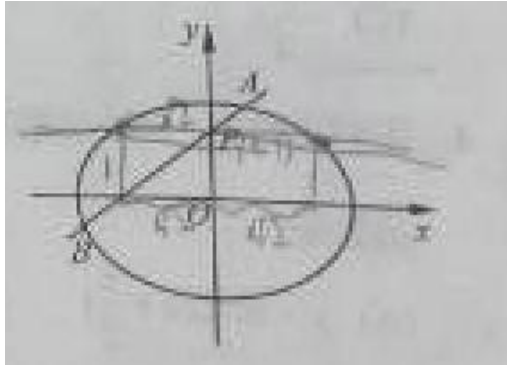
20. 如图，椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率是 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ，过点 $P(0, 1)$ 的动直线 l 与椭

圆相交于 A, B 两点, 当直线 l 平行与 x 轴时, 直线 l 被椭圆 E 截得的线段长为 $2\sqrt{2}$.

(1) 求椭圆 E 的方程;

(2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 是否存在与点 P 不同的定点 Q, 使得 $\frac{|QA|}{|QB|} = \frac{|PA|}{|PB|}$ 恒成立?

若存在, 求出点 Q 的坐标; 若不存在, 请说明理由。



21. 已知函数 $f(x) = -2(x+a)\ln x + x^2 - 2ax - 2a^2 + a$, 其中 $a > 0$.

(1) 设 $g(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 讨论 $g(x)$ 的单调性;

(2) 证 明 : 存 在

$a \in (0, 1)$, 使得 $f(x) \geq 0$ 在区间 $(1, +\infty)$ 内恒成立, 且 $f(x) = 0$ 在 $(1, +\infty)$ 内有唯一解.