

## 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷） 文科数学

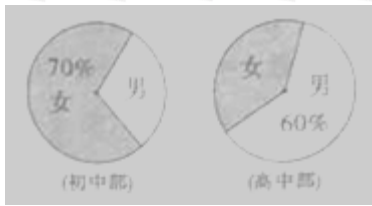
一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1、设集合  $M = \{x|x^2 = x\}$ ,  $N = \{x|gx \leq 0\}$ , 则  $M \cup N =$

- (A)  $[0, 1]$                       (B)  $(0, 1]$                       (C)  $[0, 1)$                       (D)  $(-\infty, 1]$

2、某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数是

- (A) 93                                  (B) 123                                  (C) 137                                  (D) 167



3、已知抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的准线经过点  $(-1, 1)$ , 则该抛物线的焦点坐标为

- (A)  $(-1, 0)$                       (B)  $(1, 0)$                       (C)  $(0, -1)$                       (D)  $(0, 1)$

4、设  $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ 2^x, & x < 0 \end{cases}$ , 则  $f(f(-2)) =$

- (A) -1                                  (B)  $\frac{1}{4}$                                   (C)  $\frac{1}{2}$                                   (D)  $\frac{3}{2}$

5、一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为

- (A)  $3\pi$                                   (B)  $4\pi$                                   (C)  $2\pi + 4$                                   (D)  $3\pi + 3$

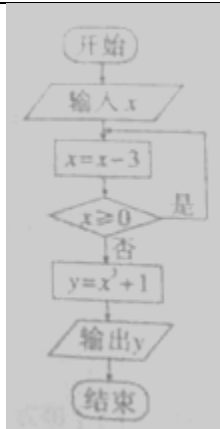


6、“ $\sin\alpha = \cos\alpha$ ”是“ $\cos 2\alpha = 0$ ”的

- (A) 充分不必要条件                      (B) 必要不充分条件  
(C) 充分必要条件                      (D) 既不充分也不必要条件

7、根据右边的框图，当输入  $x$  为 6 时，输出的  $y =$

- (A) 1                                      (B) 2  
(C) 5                                      (D) 10



8、对任意的平面向量  $a, b$ , 下列关系式中不恒成立的是

- (A)  $|a \cdot b| \leq |a||b|$       (B)  $|a - b| \leq ||a| - |b||$   
 (C)  $(a + b)^2 = |a + b|^2$       (D)  $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

9、设  $f(x) = x - \sin x$ , 则  $f(x)$

- (A) 既是奇函数又是减函数  
 (B) 既是奇函数又是增函数  
 (C) 是有零点的减函数  
 (D) 是没有零点的奇函数

10、设  $f(x) = \ln x$ ,  $0 < a < b$ , 若  $p = f(\sqrt{ab})$ ,  $q = f(\frac{a+b}{2})$ ,  $r = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$ , 则下列关系式中正确的是

- (A)  $q = r < p$       (B)  $q = r > p$       (C)  $p = r < q$       (D)  $p = r > q$

11、某企业生产甲、乙两种产品均需用 A, B 两种原料. 已知生产 1 吨每种产品所需原料及每天原料的可用限额如表所示. 如生产 1 吨甲、乙产品可获利分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为

- (A) 12 万元      (B) 16 万元      (C) 17 万元      (D) 18 万元

	甲	乙	原料限额
A(吨)	3	2	12
B(吨)	1	2	8

12、设复数  $z = (x-1) + yi$  ( $a, y \in \mathbb{R}$ ), 若  $|z| \leq 1$ , 则  $y \geq x$  的概率为

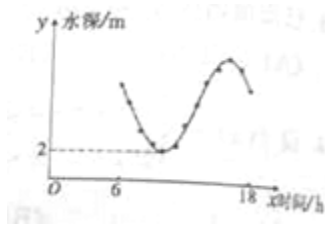
- (A)  $\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}$       (B)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$       (C)  $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$       (D)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填写在答题卡相应题号后的横线上.)

13、中位数为 1010 的一组数构成等差数列, 其末项为 2015, 则该数列的首项为\_\_\_\_\_

14、如图, 某港口一天 6 时到 18 时的谁深变化曲线近似满足函数  $y = 3\sin(\frac{\pi}{6}x + \Phi) + k$ , 据此函数可知,

这段时间水深(单位:  $m$ )的最大值为\_\_\_\_\_.



15、函数  $y = xe^x$  在其极值点处的切线方程为\_\_\_\_\_.

16、观察下列等式:

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6}$$

.....

据此规律, 第  $n$  个等式可为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.)

17、(本小题满分 12 分)

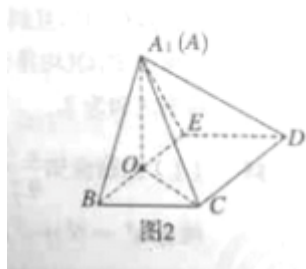
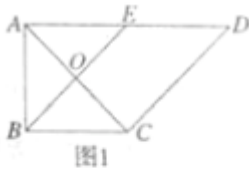
$\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 向量  $\mathbf{m} = (a, \sqrt{3}b)$  与  $\mathbf{n} = (\cos A, \sin B)$  平行.

(I) 求  $A$ ;

(II) 若  $a = \sqrt{7}$ ,  $b = 2$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

18、(本小题满分 12 分)

如图 1, 在直角梯形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ ,  $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$ ,  $AB = BC = \frac{1}{2} AD = a$ ,  $E$  是  $AD$  的中点,  $O$  是  $AC$  与  $BE$  的交点, 将  $\triangle ABE$  沿  $BE$  折起到图 2 中  $\triangle A_1BE$  的位置, 得到四棱锥  $A_1 - BCDE$  时, 四棱锥  $A_1 - BCDE$  的体积为  $36\sqrt{2}$ , 求  $a$  的值.



## 19、(本小题满分 12 分)

随机抽取一个年份,对西安市该年 4 月份的天气情况进行统计,结果如下:

日期	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
天气	晴	雨	阴	阴	阴	雨	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	晴

日期	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
天气	晴	阴	雨	阴	阴	晴	阴	晴	晴	晴	阴	晴	晴	晴	雨

- (I) 在 4 月份任取一天,估计西安市在该天不下雨的概率;  
 (II) 西安市某学校拟从 4 月份的一个晴天开始举行连续 2 天的运动会,估计运动会期间不下雨的概率.

## 20、(本小题满分 12 分)

如图,椭圆 E:  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 经过点 A (0, -1), 且离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

- (I) 求椭圆 E 的方程;  
 (II) 经过点 (1,1) 且斜率为 k 的直线与椭圆 E 交于不同的两点 P, Q (均异于点 A), 证明: 直线 AP 与 AQ 的斜率之和为 2.

## 21、(本小题满分 12 分)

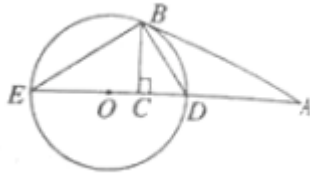
设  $f_n(x) = x + x^2 + \dots + x^n - 1, x \geq 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ .

- (I) 求  $f_n'(x)$ .  
 (II) 证明:  $f_n(x)$  在  $(0, \frac{2}{3})$  内有且仅有一个零点(记为  $a_n$ ), 且  $0 < a_n - \frac{1}{2} < \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ .

考生注意: 请在 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号后的方框涂黑.

## 22、(本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, AB 切于  $\odot O$  于点 B, 直线 AO 交  $\odot O$  于 D, E 两点,  $BC \perp DE$ , 垂足为 C.



- (I) 证明:  $\angle CBD = \angle DBA$ ;  
 (II) 若  $AD=3DC$ ,  $BC=\sqrt{2}$ , 求  $\odot O$  的直径.

23、(本小题满分 10 分) 选修 4-1, 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l$  的参数方程为 
$$\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
. 以原点为极

点,  $x$  轴正半轴为极轴建立极坐标系,  $\odot C$  的极坐标方程为  $\rho = 2\sqrt{3}\sin\theta$ .

- (I) 写出  $\odot C$  的直角坐标方程;  
 (II)  $P$  为直线  $l$  上一动点, 当  $P$  到圆心  $C$  的距离最小时, 求  $P$  的直角坐标.

24、(本小题满分 10 分) 选修 4-5, 不等式选讲

已知关于  $x$  的不等式  $|x+a| < b$  的解集为  $\{x | 2 < x < 4\}$ .

- (I) 求实数  $a$ ,  $b$  的值.  
 (II) 求  $\sqrt{at+12} + \sqrt{bt}$  的最大值.