a2015年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）理

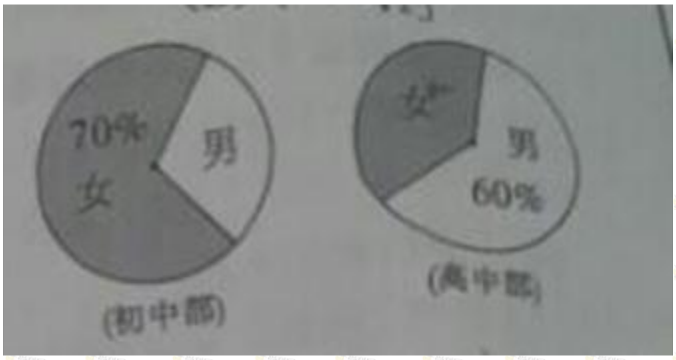
一、选择题

1.设集合 $M=\{x\mid x^2=x\}$，$N=\{x\mid \lg x\le 0\}$，则 $M\bigcup N=$

A．$[0,1]$　B．$(0,1]$　C．$[0,1)$　D．$(-\infty,1]$

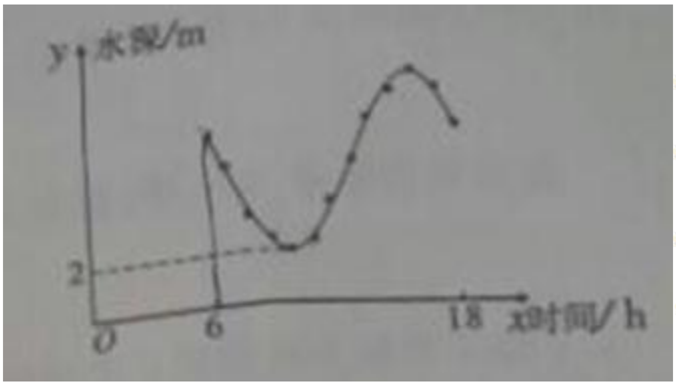
2.某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为

A．167　B．137　C．123　D．93



3.如图，某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数 $y=3\sin(\frac{\pi}{6}x+\varphi)+k$，据此函数可知，这段时间水深（单位：m）的最大值为

A．5　B．6　C．8　D．10

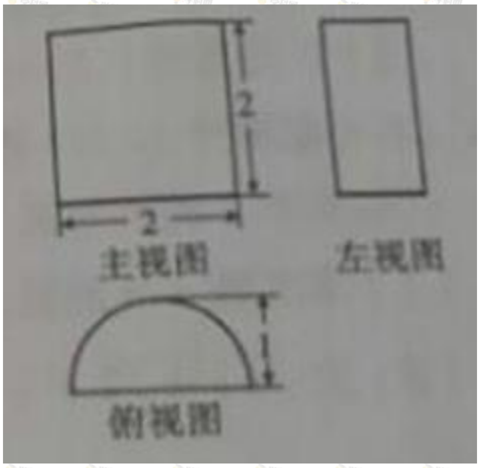


4.二项式 $(x+1)^n(n\in N_+)$ 的展开式中 x^2 的系数为 15，则 $n=$

A．4　B．5　C．6　D．7

5.一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为

A．3π　B．4π　C．$2\pi+4$　D．$3\pi+4$



6.“$\sin\alpha=\cos\alpha$”是“$\cos 2\alpha=0$”的

A 充分不必要条件 B 必要不充分条件 C 充分必要条件 D 既不充分也不必要

7.对任意向量 $\vec{a},\vec{b}$，下列关系式中 u 恒成立的是

A．$|\vec{a}\bullet\vec{b}|\le|\vec{a}||\vec{b}|$　　B．$|\vec{a}-\vec{b}|\le||\vec{a}|-|\vec{b}||$

C．$(\vec{a}+\vec{b})^2=|\vec{a}+\vec{b}|^2$　　D．$(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})=\vec{a}^2-\vec{b}^2$

8.根据右边的图，当输入 x 为 2005 时，输出的 $y=$

A28　B10　C4　D2

9.设 $f(x)=\ln x, 0<a<b$，若 $p=f(\sqrt{ab})$，$q=f(\frac{a+b}{2})$，$r=\frac{1}{2}(f(a)+f(b))$，则下列关系式中正确的是

A．$q=r<p$　　B．$q=r>p$　　C．$p=r<q$　　D．$p=r>q$

10.某企业生产甲乙两种产品均需用 A，B 两种原料，已知生产 1 吨每种产品需原料及每天原料的可用限额表所示，如果生产 1 吨甲乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元，则该企业每天可获得最大利润为

A．12 万元　B．16 万元　C．17 万元　D．18 万元

11.设复数 $z=(x-1)+yi\ (x,y\in R)$，若 $|z|\le 1$，则 $y\ge x$ 的概率

A．$\frac{3}{4}+\frac{1}{2\pi}$　B．$\frac{1}{4}-\frac{1}{2\pi}$　C．$\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$　D．$\frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}$

12.对二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$（a 为非零常数），四位同学分别给出下列结论，其中有且仅有一个结论是错误的，则错误的结论是

A．-1 是 $f(x)$ 的零点　B．1 是 $f(x)$ 的极值点　C．3 是 $f(x)$ 的极值　D.点 $(2,8)$ 在曲线 $y=f(x)$ 上

二、填空

13.中位数 1010 的一组数构成等差数列，其末项为 2015，则该数列的首项为________

14.若抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线经过双曲线 $x^2-y^2=1$ 的一个焦点，则 p=____

15.设曲线 $y=e^x$ 在点（0,1）处的切线与曲线 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 上点 p 处的切线垂直，则 p 的坐标为_____

16.如图，一横截面为等腰梯形的水渠，因泥沙沉积，导致水渠截面边界呈抛物线型（图中虚线表示），则原始的最大流量与当前最大流量的比值为_____

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分．解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤．）

17、（本小题满分 12 分）ΔABC 的内角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c．向量 $\vec{m}=\left(a,\sqrt{3}b\right)$ 与 $\vec{n}=\left(\cos A,\sin B\right)$ 平行．

(I) 求 A；

(II) 若 $a=\sqrt{7}$，$b=2$ 求 ΔABC 的面积．

18、（本小题满分 12 分）如图1，在直角梯形 ABCD 中，AD//BC，$\angle BAD=\frac{\pi}{2}$，AB＝BC＝1，AD＝2，E 是 AD 的中点，O 是 AC 与 BE 的交点．将 ΔABE 沿 BE 折起到 ΔA_1BE 的位置，如图 2．

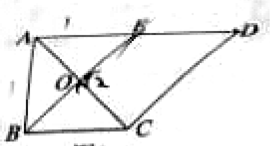


图1

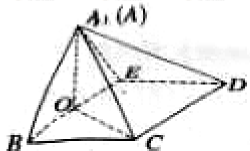


图2

(I) 证明：CD ⊥ 平面 A_1OC；

(II) 若平面 A_1BE ⊥ 平面 BCDE，求平面 A_1BC 与平面 A_1CD 夹角的余弦值．

19、（本小题满分 12 分）设某校新、老校区之间开车单程所需时间为 T，T 只与道路畅通状况有关，对其容量为 100 的样本进行统计，结果如下：

T（分钟）	25	30	35	40

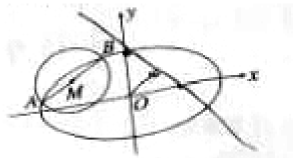
频数（次）	20	30	40	10

(I) 求T的分布列与数学期望ET；

(II) 刘教授驾车从老校区出发，前往新校区做一个 50 分钟的讲座，结束后立即返回老校区，求刘教授从离开老校区到返回老校区共用时间不超过 120 分钟的概率．

20、（本小题满分 12 分）已知椭圆E: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的半焦距为$c$，原点O到经过两点$(c,0)$，$(0,b)$的直线的距离为$\dfrac{1}{2}c$．

(I) 求椭圆E的离心率；



(II) 如图，AB是圆M: $(x+2)^2+(y-1)^2=\dfrac{5}{2}$的一条直径，若椭圆E经过A，B两点，求椭圆E的方程．

21、（本小题满分 12 分）设$f_n(x)$是等比数列1，x，x^2，$\cdots$，x^n的各项和，其中$x>0$，$n\in\mathrm{N}$，$n\geq2$．

(I) 证明：函数$F_n(x)=f_n(x)-2$在$\left(\dfrac{1}{2},1\right)$内有且仅有一个零点（记为$x_n$），且$x_n=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}x_n^{n+1}$；

(II) 设有一个与上述等比数列的首项、末项、项数分别相同的等差数列，其各项和为$g_n(x)$，比较$f_n(x)$与$g_n(x)$的大小，并加以证明．

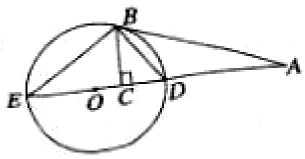
请在 22、23、24 三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号后的方框涂黑．

22、（本小题满分 10 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图，AB切⊙O于点B，直线AD交⊙O于D，E两点，$BC\perp DE$，垂足为C．

(I) 证明：$\angle CBD=\angle DBA$；

(II) 若$AD=3DC$，$BC=\sqrt{2}$，求⊙O的直径．



23、（本小题满分 10 分）选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，直线l的参数方程为$\begin{cases}x=3+\dfrac{1}{2}t\\ y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数）．以原点为极点，$x$轴正半轴为极轴建立极坐标系，⊙C的极坐标方程为$\rho=2\sqrt{3}\sin\theta$．

(I) 写出⊙C的直角坐标方程；

(II) P为直线l上一动点，当P到圆心C的距离最小时，求P的直角坐标．

24、（本小题满分 10 分）选修 4-5：不等式选讲

已知关于x的不等式$|x+a|<b$的解集为$\{x|2<x<4\}$．

(I) 求实数a，b的值；

(II) 求$\sqrt{at+12}+\sqrt{bt}$的最大值．