

## 2015 年普通高等学校招生全国统一考试（新课标 2 卷）

### 数学(文)

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分

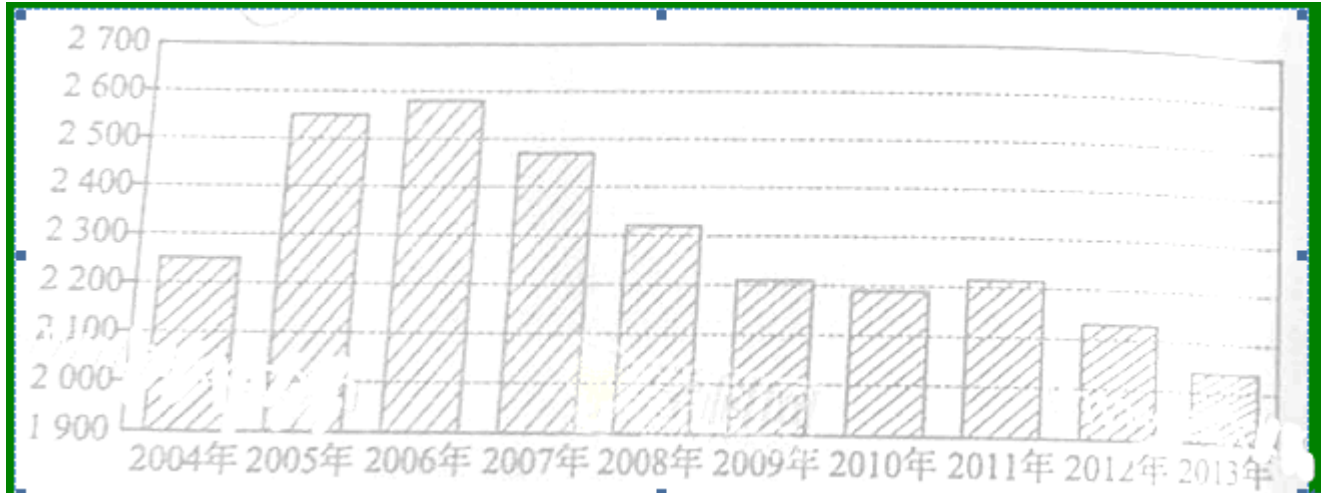
1. 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 2\}$ ,  $B = \{x | 0 < x < 3\}$ , 则  $A \cup B =$

A.  $(-1, 3)$     B.  $(-1, 0)$     C.  $(0, 2)$     D.  $(2, 3)$

2. 若为  $a$  实数, 且  $\frac{2+ai}{1+i} = 3+i$ , 则  $a =$

A.  $-4$     B.  $-3$     C.  $3$     D.  $4$

3. 根据下面给出的 2004 年至 2013 年我国二氧化碳年排放量（单位：万吨）柱形图，以下结论中不正确的是



- A. 逐年比较, 2008 年减少二氧化碳排放量的效果最显著
- B. 2007 年我国治理二氧化碳排放显现成效
- C. 2006 年以来我国二氧化碳年排放量呈减少趋势
- D. 2006 年以来我国二氧化碳年排放量与年份正相关

4. 已知  $\vec{a} = (0, -1)$ ,  $\vec{b} = (-1, 2)$ , 则  $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a} =$

A.  $-1$     B.  $0$     C.  $1$     D.  $2$

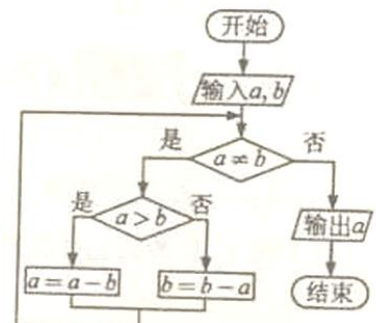
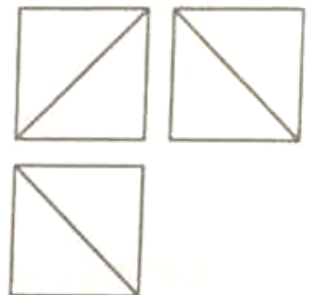
5. 设  $S_n$  是等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 若  $a_1 + a_3 + a_5 = 3$ , 则  $S_5 =$

A.  $5$     B.  $7$     C.  $9$     D.  $11$

6. 一个正方体被一个平面截去一部分后, 剩余部分的三视图如右图, 则截去部分体积与剩余部分体积的比值为

A.  $\frac{1}{8}$     B.  $\frac{1}{7}$     C.  $\frac{1}{6}$     D.  $\frac{1}{5}$

7. 已知三点  $A(1, 0), B(0, \sqrt{3}), C(2, \sqrt{3})$ , 则  $\triangle ABC$  外接圆的圆心



到原点的距离为

- A.  $\frac{5}{3}$     B.  $\frac{\sqrt{21}}{3}$     C.  $\frac{2\sqrt{5}}{3}$     D.  $\frac{4}{3}$

8. 右边程序框图的算法思路来源于我国古代数学名著《九章算术》中的“更相减损术”，执行该程序框图，若输入的  $a, b$  分别为 14, 18, 则输出的  $a$  为 ( )

- A. 0    B. 2    C. 4    D. 14

9. 已知等比数列  $\{a_n\}$  满足  $a_1 = \frac{1}{4}$ ,  $a_3 a_5 = 4(a_4 - 1)$ , 则  $a_2 =$

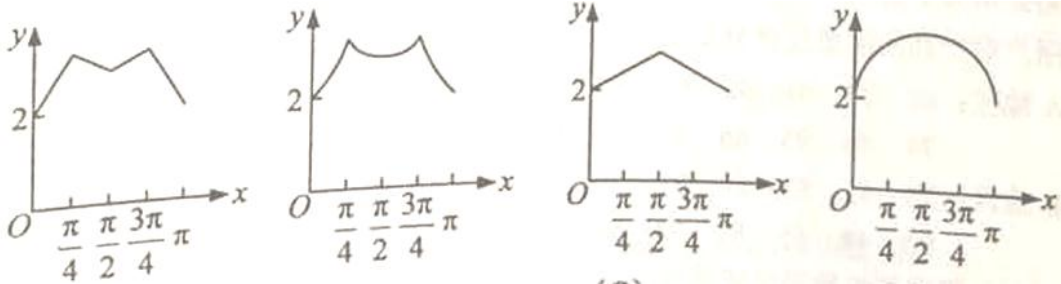
- A. 2    B. 1    C.  $\frac{1}{2}$     D.  $\frac{1}{8}$

10. 已知  $A, B$  是球  $O$  的球面上两点,  $\angle AOB = 90^\circ$ ,  $C$  为该球面上的动点. 若三棱锥

$O-ABC$  体积的最大值为 36, 则球  $O$  的表面积为

- A.  $36\pi$     B.  $64\pi$     C.  $144\pi$     D.  $256\pi$

11. 如图, 长方形的边, 是的中点, 点沿着边, 与运动, 记, 将动点到两点距离之和表示为的函数, 则的图像大致为



A.

B.

C.

D.

12. 设函数  $f(x) = \ln(1+|x|) - \frac{1}{1+x^2}$ , 则使得  $f(x) > f(2x-1)$  成立的  $x$  的取值范围是

- A.  $(\frac{1}{3}, 1)$     B.  $(-\infty, \frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$     C.  $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$     D.  $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{3}, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分

13. 已知函数  $f(x) = ax^3 - 2x$  的图像过点  $(-1, 4)$ , 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

14. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y-5 \leq 0 \\ 2x-y-1 \geq 0 \\ x-2y+1 \leq 0 \end{cases}$ , 则  $z=2x+y$  的最大值为\_\_\_\_\_.

15. 已知双曲线过点  $(4, \sqrt{3})$ , 且渐近线方程为  $y = \pm \frac{1}{2}x$ , 则该双曲线的标准方程为\_\_\_\_\_.

16. 已知曲线  $y = x + \ln x$  在点  $(1, 1)$  处的切线与曲线  $y = ax^2 + (a+2)x + 1$  相切, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

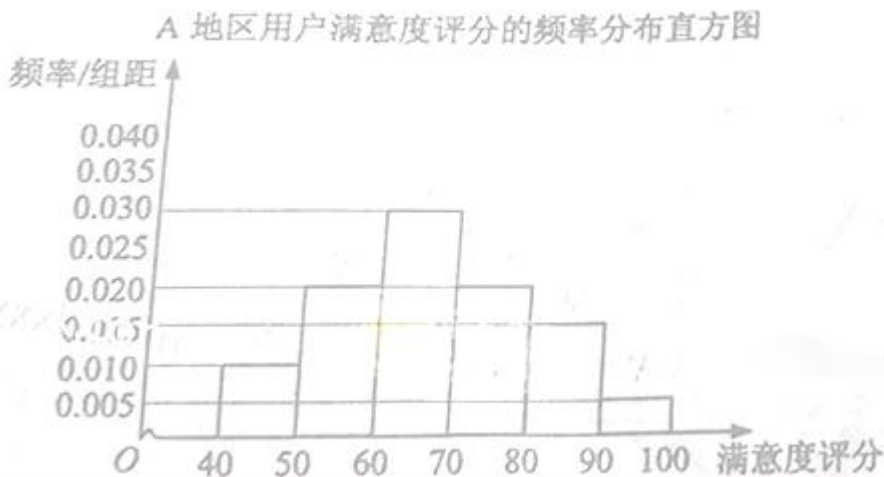
三、解答题

17 (本小题满分 12 分)  $\triangle ABC$  中  $D$  是  $BC$  上的点,  $AD$  平分  $\angle PAC$ ,  $BD=2DC$ .

(I) 求  $\frac{\sin \angle B}{\sin \angle C}$  ;

(II) 若  $\angle BAC = 60^\circ$ , 求  $\angle B$ .

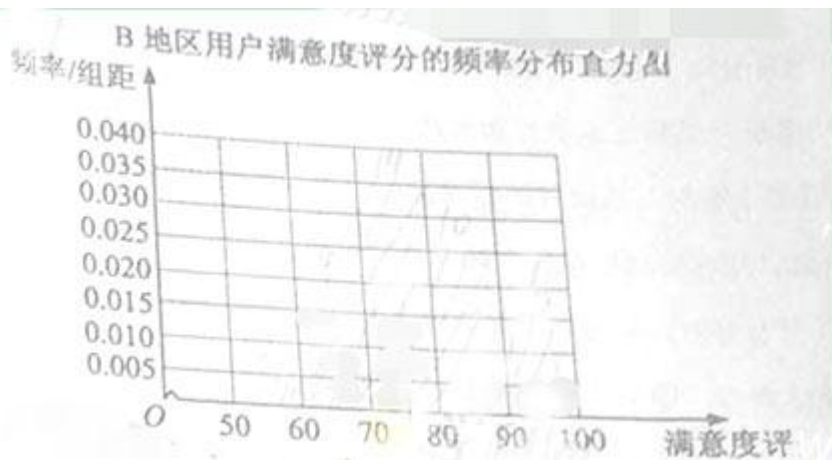
18. (本小题满分 12 分) 某公司为了了解用户对其产品的满意度, 从  $A$ ,  $B$  两地区分别随机调查了 40 个用户, 根据用户对其产品的满意度的评分, 得到  $A$  地区用户满意度评分的频率分布直方图和  $B$  地区用户满意度评分的频率分布表.



B 地区用户满意度评分的频数分布表

满意度评分分组	[50, 60)	[60, 70)	[70, 80)	[80, 90)	[90, 100]
频数	2	8	14	10	6

(I) 在答题卡上作出  $B$  地区用户满意度评分的频率分布直方图, 并通过此图比较两地区满意度评分的平均值及分散程度, (不要求计算出具体值, 给出结论即可)

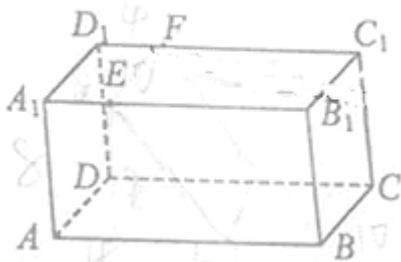


(II) 根据用户满意度评分, 将用户的满意度评分分为三个等级:

满意度评分	低于70分	70分到89分	不低于90分
满意度等级	不满意	满意	非常满意

估计那个地区的用户的满意度等级为不满意的概率大,说明理由.

19. (本小题满分 12 分) 如图,长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中  $AB=16, BC=10, AA_1=8$ , 点  $E, F$  分别在  $A_1B_1, D_1C_1$  上,  $A_1E = D_1F = 4$ . 过点  $E, F$  的平面  $\alpha$  与此长方体的面相交, 交线围成一个正方形.



- (I) 在图中画出这个正方形 (不必说明画法与理由);  
 (II) 求平面  $\alpha$  把该长方体分成的两部分体积的比值.
20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , 点  $(2, \sqrt{2})$

在  $C$  上.

- (I) 求  $C$  的方程;  
 (II) 直线  $l$  不经过原点  $O$ , 且不平行于坐标轴,  $l$  与  $C$  有两个交点  $A, B$ , 线段  $AB$  中点为  $M$ , 证明: 直线  $OM$  的斜率与直线  $l$  的斜率乘积为定值.

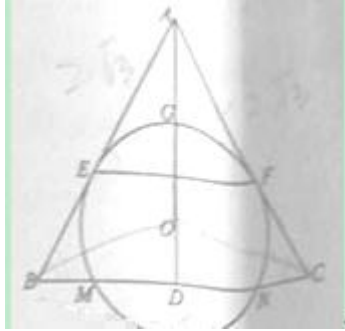
21. (本小题满分 12 分) 已知  $f(x) = \ln x + a(1-x)$ .

- (I) 讨论  $f(x)$  的单调性;  
 (II) 当  $f(x)$  有最大值, 且最大值为  $2a-2$  时, 求  $a$  的取值范围.

请考生在 22、23、24 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分, 作答时请写清题号

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图  $O$  是等腰三角形  $ABC$  内一点, 圆  $O$  与  $\triangle ABC$  的底边  $BC$  交于  $M, N$  两点, 与底边上的高交于点  $G$ , 且与  $AB, AC$  分别相切于  $E, F$  两点.



(I) 证明  $EF \parallel BC$ ;

(II) 若  $AG$  等于圆  $O$  半径, 且  $AE = MN = 2\sqrt{3}$ , 求四边形  $EDCF$  的面积.

23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1: \begin{cases} x = t \cos \alpha, \\ y = t \sin \alpha, \end{cases}$  ( $t$  为参数, 且  $t \neq 0$ ), 其中  $0 \leq \alpha < \pi$ , 在以  $O$

为极点,  $x$  轴正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线  $C_2: \rho = 2 \sin \theta, C_3: \rho = 2\sqrt{3} \cos \theta$ .

(I) 求  $C_2$  与  $C_3$  交点的直角坐标;

(II) 若  $C_1$  与  $C_2$  相交于点  $A, C_1$  与  $C_3$  相交于点  $B$ , 求  $|AB|$  最大值.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式证明选讲

设  $a, b, c, d$  均为正数, 且  $a + b = c + d$ . 证明:

(I) 若  $ab > cd$ , 则  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$ ;

(II)  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{c} + \sqrt{d}$  是  $|a - b| < |c - d|$  的充要条件.