

绝密★启封并使用完毕前

2015 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 3 页，第 II 卷 4 至 6 页。

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。

2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔书写作答。若在试题卷上作答，答案无效。

3. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知集合 $A = \{x | x = 3n + 2, n \in \mathbb{N}\}$, $B = \{6, 8, 12, 14\}$, 则集合 $A \cap B$ 中元素的个数为

- (A) 5 (B) 4 (C) 3 (D) 2

(2) 已知点 $A(0, 1)$, $B(3, 2)$, 向量 $\overrightarrow{AC} = (-4, -3)$, 则向量 $\overrightarrow{BC} =$

- (A) $(-7, -4)$ (B) $(7, 4)$ (C) $(-1, 4)$ (D) $(1, 4)$

(3) 已知复数 z 满足 $(z-1)i = i+1$, 则 $z =$

- (A) $-2-i$ (B) $-2+i$ (C) $2-i$ (D) $2+i$

(4) 如果 3 个整数可作为一个直角三角形三条边的边长，则称这 3 个数为一组勾股数，从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 3 个不同的数，则 3 个数构成一组勾股数的概率为

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{20}$

(5) 已知椭圆 E 的中心在坐标原点，离心率为 $\frac{1}{2}$, E 的右焦点与抛物线 $C: y^2 = 8x$

的焦点重合， A, B 是 C 的准线与 E 的两个焦点，则 $|AB| =$

- (A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12

(6) 《九章算术》是我国古代内容极为丰富的数学名著，书中有如下问题：“今有委米依垣内角，下周八尺，高五尺。问：积及为米几何？”其意思为：“在屋内墙角处堆放米(如图，米堆为一个圆锥的四分之一)，米堆为一个圆锥的四分之一，米堆底部的弧度为 8 尺，米堆的高为 5 尺，问米堆的体积和堆放的米各为多少？”已知 1 斛米的体积约为 1.62 立方尺，圆周率约为 3，估算出堆放斛的米约有

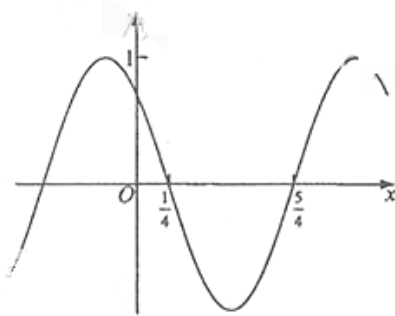


- A.14 斛 B.22 斛 C.36 斛 D.66 斛

(7) 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 1 的等差数列, S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。则 $S_8=4S_4$, $a_{10} =$

- (A) $\frac{17}{2}$ (B) $\frac{19}{2}$ (C) 10 (D) 12

(8) 函数 $f(x)=\cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f(x)$ 的单调递减区间为



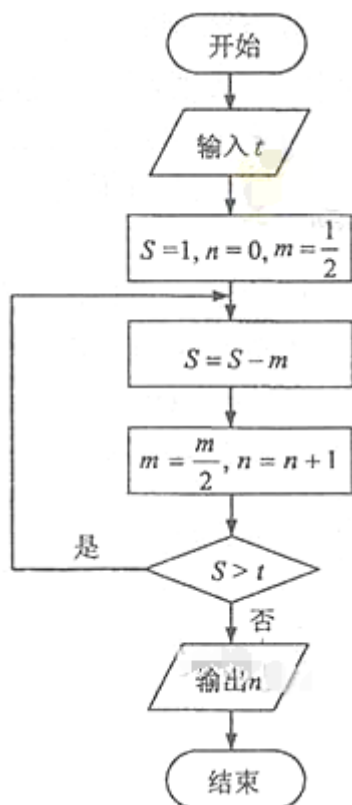
(A) $(k\pi - \frac{1}{4}, k\pi + \frac{3}{4}), k \in \mathbb{Z}$

(A) $(2k\pi - \frac{1}{4}, 2k\pi + \frac{3}{4}), k \in \mathbb{Z}$

(A) $(k - \frac{1}{4}, k + \frac{3}{4}), k \in \mathbb{Z}$

(A) $(2k - \frac{1}{4}, 2k + \frac{3}{4}), k \in \mathbb{Z}$

(9) 执行右面的程序框图, 如果输入的 $t=0.01$, 则输出的 $n =$

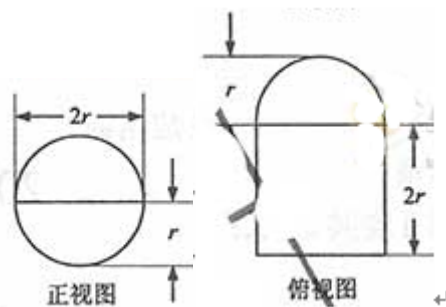


- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

(10) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} - 2, & x \leq 1 \\ -\log_2(x+1), & x > 1 \end{cases}$, 且 $f(a) = -3$, 则 $f(6-a) =$

- (A) $-\frac{7}{4}$ (B) $-\frac{5}{4}$ (C) $-\frac{3}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$

(11) 圆柱被一个平面截去一部分后与半球（半径为 r ）组成一个几何体，该几何体三视图中的正视图和俯视图如图所示，若该几何体的表面积为 $16+20\pi$ ，则 $r=$



- (A) 1
(B) 2
(C) 4
(D) 8

(12) 设函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $y=-x$ 对称，且 $f(-2) + f(-4) = 1$ ，则 $a=$

- (A) -1 (B) 1 (C) 2 (D) 4

2015 年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

第 II 卷

注意事项:

第 II 卷共 3 页, 须用黑色墨水签字笔在答题卡上作答。若在试卷上作答, 答案无效。

本卷包括必考题和选考题两部分。第 13 题~第 21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第 22 题~第 24 题为选考题, 考生根据要求作答。

二. 填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分

(13) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2, a_{n+1}=2a_n, S_n$ 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和。若 $-S_n=126$, 则 $n=$ 。

(14) 已知函数 $f(x)=ax^3+x+1$ 的图像在点 $(1, f(1))$ 处的切线过点 $(2, 7)$, 则 $a=$ _____。

(15) x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x-2y+1 \leq 0 \\ 2x-y+2 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z=3x+y$ 的最大值为。

(16) 已知 F 是双曲线 $C: x^2 - \frac{y^2}{8} = 1$ 的右焦点, P 是 C 的左支上一点, $A(0, 6\sqrt{6})$ 。

当 $\triangle APF$ 周长最小是, 该三角形的面积为

三. 解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

(17) (本小题满分 12 分)

已知 a, b, c 分别为 $\triangle ABC$ 内角 A, B, C 的对边, $\sin^2 B = 2\sin A \sin C$

(I) 若 $a=b$, 求 $\cos B$;

(II) 设 $B=90^\circ$, 且 $a=\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积

(18) (本小题满分 12 分)

如图, 四边形 $ABCD$ 为菱形, G 为 AC 与 BD 的交点, $BE \perp$ 平面 $ABCD$ 。

(I) 证明: 平面 $AEC \perp$ 平面 BED ;

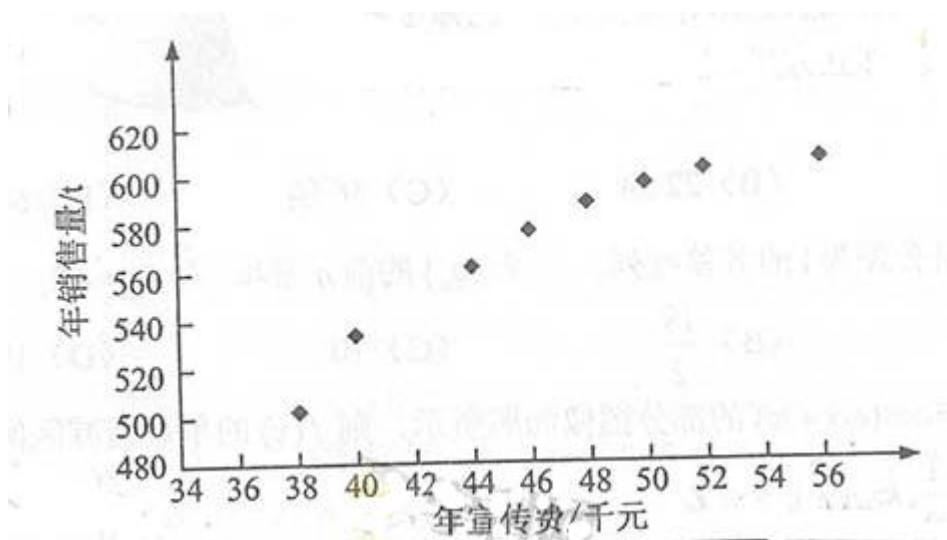
(II) 若 $\angle ABC=120^\circ$, $AE \perp EC$, 三棱锥 $E-ACD$ 的体积为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 求该三棱锥的侧

面积

(19) (本小题满分 12 分)

某公司为确定下一年度投入某种产品的宣传费, 需了解年宣传费 x (单位: 千元) 对年销售量 y (单位: t) 和年利润 z (单位: 千元) 的影响, 对近 8 年的

年宣传费 x_1 和年销售量 y_1 ($i=1, 2, \dots, 8$) 数据作了初步处理, 得到下面的散点图及一些统计量的值。



\bar{x}	\bar{y}	\bar{w}	$\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})^2$	$\sum_{i=1}^8 (w_i - \bar{w})^2$	$\sum_{i=1}^8 (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$\sum_{i=1}^8 (w_i - \bar{w})(y_i - \bar{y})$
46.6	563	6.8	289.8	1.6	1469	108.8

表中 $w_1 = \sqrt{x_1}$, $\bar{w} = \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 w_1$

(I) 根据散点图判断, $y=a+bx$ 与 $y=c+d\sqrt{x}$ 哪一个适宜作为年销售量 y 关于年宣传费 x 的回归方程类型? (给出判断即可, 不必说明理由)

(II) 根据 (I) 的判断结果及表中数据, 建立 y 关于 x 的回归方程;

(III) 以知这种产品的年利率 z 与 x 、 y 的关系为 $z=0.2y-x$ 。根据 (II) 的结果回答下列问题:

(i) 年宣传费 $x=49$ 时, 年销售量及年利润的预报值是多少?

(ii) 年宣传费 x 为何值时, 年利率的预报值最大?

附: 对于一组数据 $(u_1, v_1), (u_2, v_2), \dots, (u_n, v_n)$, 其回归线 $v=\alpha+\beta u$

的斜率和截距的最小二乘估计分别为:

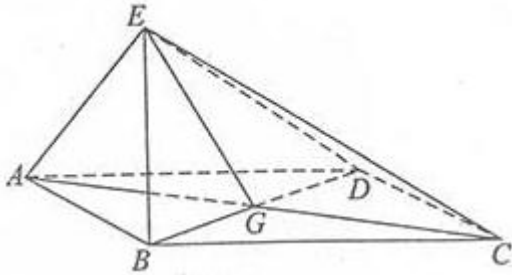
$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})(v_i - \bar{v})}{\sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}, \quad \hat{\alpha} = \bar{v} - \hat{\beta}\bar{u}.$$

(20) (本小题满分 12 分)

已知过点 $A(0,1)$ 且斜率为 k 的直线 l 与圆 $C(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 交于 M,N 两点.

(1) 求 k 的取值范围;

(2) 若 $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{ON} = 12$, 其中 O 为坐标原点, 求 $|MN|$.



(21) . (本小题满分 12 分)

设函数 x .

(I) 讨论 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 零点的个数;

(II) 证明: 当 $a > 0$ 时, $f(x) \geq 2a + a \ln \frac{2}{a}$.

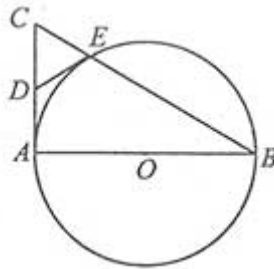
请考生在第 22、23、24 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时请写清题号.

(22) (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的切线, BC 交 $\odot O$ 于点 E .

(I) 若 D 为 AC 的中点, 证明: DE 是 $\odot O$ 的切线;

(II) 若 $CA = \sqrt{3} CE$, 求 $\angle ACB$ 的大小.



(23) (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 直线 $C_1: x = -2$, 圆 $C_2: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求 C_1, C_2 的极坐标方程.

(2) 若直线 C_3 的极坐标为 $\theta = \frac{\pi}{4}$ ($\rho \in \mathbb{R}$), 设 C_2 与 C_3 的交点为 M, N , 求 $\triangle C_2MN$ 的面积

(24) (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x+1| - 2|x-a|$, 则 $a > 0$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;
- (2) 若 $f(x)$ 的图像与 x 轴围成的三角形面积大于 6, 求 a 的取值范围.