绝密★启用前

2015年普通高等学校招生全国统一考试（湖南卷）

数学（理科）

本试卷包括选择题、填空题和解答题三部分，共6页，时量120分钟，满分150分。

一、选择题：本大题共10小题，每小题5分，共50分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

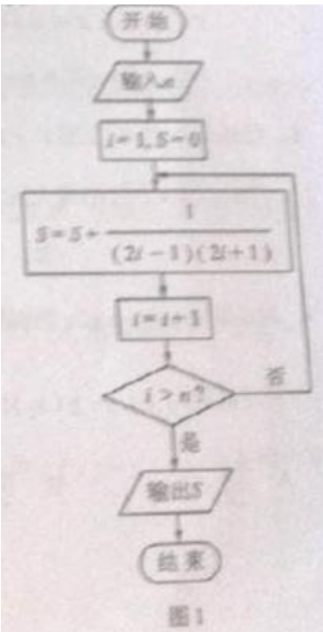
1.已知 $\frac{(1-j)^2}{z}$ =1+i（i为虚数单位），则复数 z=

A.1+i　　B.1-i　　C.-1+i　　D.-1-i

2、设 A、B 是两个集合，则"$A\cap B=A$"是"$A\subseteq B$"的

A.充分不必要条件　　B.必要不充分条件

C.充要条件　　D.既不充分也不必要条件



3.执行如图1所示的程序框图.如果输入 n=3，则输出的$S=

A. $\frac{6}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{8}{9}$　　D. $\frac{4}{9}$

（4）若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\geq -1 \\ 2x-y\leq 1 \\ y\leq 1 \end{cases}$ 则 z=3x-y 的最小值为

（A）-7　　（B）-1　　（C）1　　（D）2

（5）设函数 f(x)=$\ln(1+x)-\ln(1-x)$，则 f(x)是

（A）奇函数，且在（0，1）上是增函数

（B）奇函数，且在（0，1）上是减函数

（C）偶函数，且在（0，1）上是增函数

（D）偶函数，且在（0，1）上是减函数

（6）已知（$\sqrt{x}-\frac{a}{\sqrt{x}}$）^{5} 的展开式中含$x^{\frac{3}{2}}$ 的项的系数为 30，则 a=

（A）$\sqrt{3}$　　（B）-$\sqrt{3}$　　（C）6　　（D）-6

（7）在如图 2 所示的正方形中随机投掷 10000 个点，则落入阴影部分（曲线 C 为正态分布 N（0，1）的密度曲线）的点的个数的估计值为

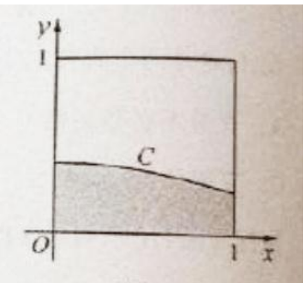


图 2

（A）2386　　（B）2718　　（C）3413　　（D）4772

附：若 X~N(μ,σ^2)，则

P（$\mu-\sigma<x\leq\mu+\sigma$）=0.6826

P（$\mu-2\sigma<x\leq\mu+2\sigma$）=0.9544

（8）.已知点 A，B，C 在圆 $x^2+y^2=1$ 上运动，且 AB⊥BC，若点的坐标为(2,0)，则$|\overline{PA}+\overline{PB}+\overline{PC}|$的最大值为

A.6　　B.7　　C.8　　D.9

（9）.将函数 $f(\chi)=\sin 2\chi$ 的图像向右平移 $\varphi(0<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 个单位后得到函数 $g(\chi)$ 的图象，若对满足 $|f(\chi_1)-g(\chi_2)|=2$ 的 χ_1； χ_2；有 $|\chi_1-\chi_2|_{\min}=\frac{\pi}{3}$，则 $\varphi=$

A. $\frac{5\pi}{12}$　　B. $\frac{\pi}{3}$　　C. $\frac{\pi}{4}$　　D. $\frac{\pi}{6}$

10.某工件的三视图如图 3 所示，现将该工件通过切削，加工成一个体积尽可能大的长方体新工件，并使新工件的一个面落在原工件的一个面内，则原工件的利用率为（材料的利用率= 新工件的体积/原工件的体积.）

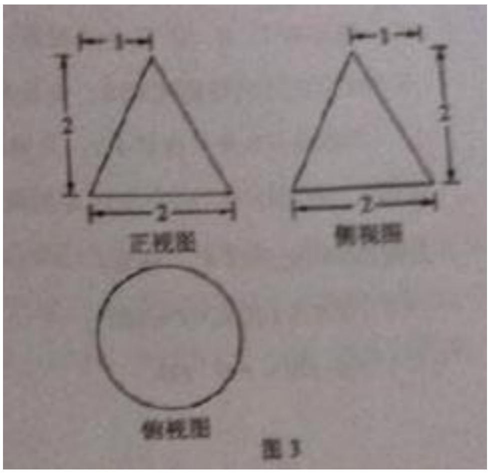


图3

A. $\frac{8}{9n}$　　B. $\frac{16}{9n}$　　C. $\frac{4\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{x}$　　D. $\frac{12\left(\sqrt{2}-1\right)^2}{x}$

二．填空题：本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分

11. $\int_0^2$ （x-1）dx=__________.

12.在一次马拉松比赛中，35 名运动员的成绩（单位：分钟）的茎叶图如图 4 所示

13	0 0 3 4 5 6 6 8 8 8 9
14	1 1 1 2 2 2 3 3 4 4 5 5 5 6 6 7 8
15	0 1 2 2 3 3 3

图 4

若将运动员按成绩由好到差编为 1-35 号，再用系统抽样方法从中抽取 7 人，则其中成绩在区间[139,151]上的运动人数为_________.

13.设 s_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和，若 a_1=1，且 3s_1，2s_2，s_3 成等差数列，则

a_n =__________.

14.设 F 是双曲线 C= $\frac{x2}{a2}-\frac{y2}{b2}$ =1 的一个焦点，若 C 上存在点 P，使线段 PF 的中点恰为其虚轴的一个端点，则 C 的离心率为__________

15.已知函数 f(x)= $\begin{cases} x^3, & x \le a, \\ x^2, & x > a, \end{cases}$ 若存在实数 b。使函数 g(x)=f(x)-b 有两个零点，则 a 的取值范围是________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分。接答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16.（本小题满分 12 分）

本小题设有 I、II、III 三个选做题，请考生任选两题作答，并将解答过程写在

答题纸中相应题号的答题区域内，如果全做，则按所做的前两题计分。

I（本题满分 6 分）选修 4-1：几何证明选讲

如图 5，在圆 O 中，相交于点 E 的两弦 AB、CD 的重点分别是 M、 N，直线 MO 与直线 CD 相交于点 F. 证明：

（I）$\angle MEN+\angle NOM=180^0$；

（II）$FE\cdot FN=FM\cdot FO$

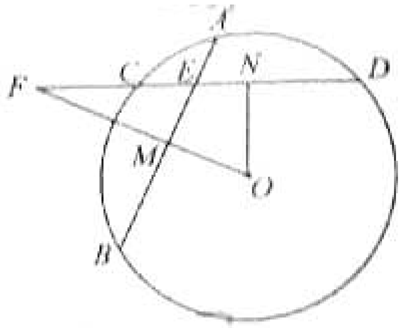


图 5

II. （本题满分 6 分）选修 4-4；坐标系与参数方程

已知直线 l：$\begin{cases} x=5+\dfrac{\sqrt{3}}{2}t \\ y=\sqrt{3}+\dfrac{1}{2}t \end{cases}$（t 为参数），以坐标原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\cos\theta$

（ i ）将曲线 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

(II)设点 M 的直角坐标为$(5,,\sqrt{3})$,直线 l 与曲线 C 的交点为 A、B,求$|MA|\cdot|MB|$的值

III.（本题满分 6 分）选修 4-5；不等式选讲

设 a>0，b>0，a+b=$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$. 证明

（ i ）a+b≥2;

（ii）$a^2+a<2$ 与 $b^2+b<2$ 不可能同时成立.

17 题（本体满分 12 分）

设△ABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，a=btanA,且 B 为钝角。

（Ⅰ）证明：B-A=$\frac{\pi}{2}$

（Ⅱ）求 sinA +sinC 的取值范围。

18.（本小题满分 12 分）

某商场举行有奖促销活动，顾客购买一定金额的商品后即可抽奖，每次抽奖都是从装有 4 个红球、6 个白球的甲箱和装有 5 个红球，5 个白球的乙箱中，各随机摸出 1 个球.再摸出的 2 个球中，若都是红球，则获一等奖；若只有 1 个红球，则获二等奖；若没有红球，则不获奖。

（1） 求顾客抽奖 1 次能获奖的概率；

（2） 若某顾客有 3 次抽奖机会，记该顾客在 3 次抽奖中获一等奖的次数为 X，求 X 的分布列和数学期望。

19（本小题满分 13 分）

如图 6，已知四棱台 ABCD-$A_1B_1C_1D_1$ 的上、下底面分别是边长为 3 和 6 的正方形，AA_1=6，且 $AA_1\perp$ 底面 ABCD。点 P，Q 分别在棱 DD_1，BC 上。

（1）若 P 是 DD_1 的中点，证明 AB $\perp$ PQ

（2）若 PQ//平面 ABB_1A_1,二面角 P-QD-A 的余弦值为$\frac{3}{7}$，求四面体 ADPQ 的体积。

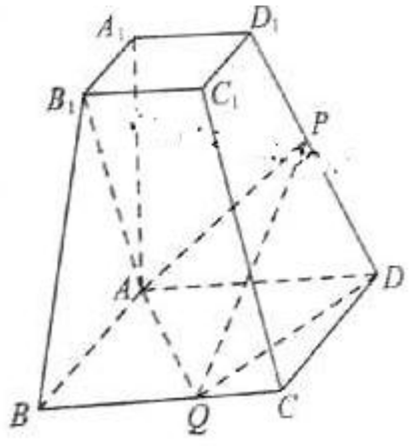


图 6

20.（本小题满分 12 分）

已知抛物线C_1：$x^2=4y$的焦点 F 也是椭圆C_2 ：$\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1(a>b>0)$的一个焦点，$C_1$与$C_2$的公共弦的长为$2\sqrt{6}$。

（Ⅰ）求C_2的方程；

（Ⅱ）过点F的直线l与C_1相交于A，B两点，与C_2相交于C，D两点。且$\overline{AC}$与$\overline{BD}$同向。

（ⅰ）若$|AC|=|BD|$，求直线l的斜率；

（ⅱ）设C_1在点 A 处的切线与 x 轴的交点为 M，证明：直线 L 绕点 F 旋转时，△MFD 总是钝角三角形。

21.（本小题满分 13 分）

已知 a>0, 函数$f(x)=e^{ax}\sin x(x\in[0,+\infty))$，记$x_n$为$f(x)$的从小到大的第 n（n∈$N^*$）个极值点，证明：

（Ⅰ）数列{$f(x_n)$}是等比数列；

（Ⅱ）若 a≥$\frac{1}{\sqrt{e^2-1}}$，则对一切 n∈N^*，$x_n<|f(x_n)|$恒成立。