

## 2015 年高考湖北省文科数学真题

### 文科数学

#### 一、选择题

1.  $i$  为虚数单位,  $i^{607} = ( \quad )$

A.  $i$

B.  $-i$

C.  $1$

D.  $-1$
2. 我国古代数学名著《九章算术》有“米谷粒分”题:粮仓开仓收粮,有人送来米 1534 石,验得米内夹谷,抽样取米一把,数得 254 粒内夹谷 28 粒,则这批米内夹谷约为 ( )

A. 134 石

B. 169 石

C. 338 石

D. 1365 石
3. 命题“ $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 = x_0 - 1$ ”的否定是 ( )

A.  $\forall x \in (0, +\infty), \ln x \neq x - 1$

B.  $\forall x \notin (0, +\infty), \ln x = x - 1$

C.  $\exists x_0 \in (0, +\infty), \ln x_0 \neq x_0 - 1$

D.  $\exists x_0 \notin (0, +\infty), \ln x_0 = x_0 - 1$
4. 已知变量  $x$  和  $y$  满足关系  $y = -0.1x + 1$ , 变量  $y$  与  $z$  正相关, 下列结论中正确的是 ( )

A.  $x$  与  $y$  正相关,  $x$  与  $z$  负相关

B.  $x$  与  $y$  正相关,  $x$  与  $z$  正相关

C.  $x$  与  $y$  负相关,  $x$  与  $z$  负相关

D.  $x$  与  $y$  负相关,  $x$  与  $z$  正相关

5.  $l_1, l_2$  表示空间中的两条直线, 若  $p: l_1, l_2$  是异面直线,  $q: l_1, l_2$  不相交, 则 ( )
- A.  $p$  是  $q$  的充分条件, 但不是  $q$  的必要条件  
 B.  $p$  是  $q$  的必要条件, 但不是  $q$  的充分条件  
 C.  $p$  是  $q$  的充分必要条件  
 D.  $p$  既不是  $q$  的充分条件, 也不是  $q$  的必要条件
6. 函数  $f(x) = \sqrt{4-|x|} + \lg \frac{x^2-5x+6}{x-3}$  的定义域为 ( )
- A. (2,3)  
 B. (2,4]  
 C. (2,3)  $\cup$  (3,4]  
 D. (-1,3)  $\cup$  (3,6]
7. 设  $x \in \mathbf{R}$ , 定义符号函数  $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ , 则 ( )
- A.  $\{x | = x | \operatorname{sgn} x |\}$   
 B.  $\{x | = \operatorname{sgn} |x| \}$   
 C.  $\{x | = x | \operatorname{sgn} x \}$   
 D.  $\{x | = x \operatorname{sgn} x \}$
8. 在区间  $[0,1]$  上随机取两个数  $x, y$ , 记  $p_1$  为事件“ $x+y \leq \frac{1}{2}$ ”的概率,  $p_2$  为事件“ $xy \leq \frac{1}{2}$ ”的概率, 则 ( )
- A.  $p_1 < p_2 < \frac{1}{2}$   
 B.  $p_2 < \frac{1}{2} < p_1$   
 C.  $\frac{1}{2} < p_2 < p_1$   
 D.  $p_1 < \frac{1}{2} < p_2$

9. 将离心率为  $e_1$  的双曲线  $C_1$  的实半轴长  $a$  和虚半轴长  $b$  ( $a = b$ ) 同时增加  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位长度, 得到离心率为  $e_2$  的双曲线  $C_2$ , 则 ( )

- A. 对任意的  $a, b$ ,  $e_1 < e_2$
- B. 当  $a > b$  时,  $e_1 < e_2$ ; 当  $a < b$  时,  $e_1 > e_2$
- C. 对任意的  $a, b$ ,  $e_1 > e_2$
- D. 当  $a > b$  时,  $e_1 > e_2$ ; 当  $a < b$  时,  $e_1 < e_2$

10. 已知集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$ ,  $B = \{(x, y) | |x| \leq 2, |y| \leq 2, x, y \in \mathbb{Z}\}$ , 定义集合  $A \oplus B = \{(x_1 + x_2, y_1 + y_2) | (x_1, y_1) \in A, (x_2, y_2) \in B\}$ , 则  $A \oplus B$  中元素的个数为 ( )

- A. 77
- B. 49
- C. 45
- D. 30

11. 已知向量  $\vec{OA} \perp \vec{OB}$ ,  $|\vec{OA}| = 3$ , 则  $\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$  \_\_\_\_\_。

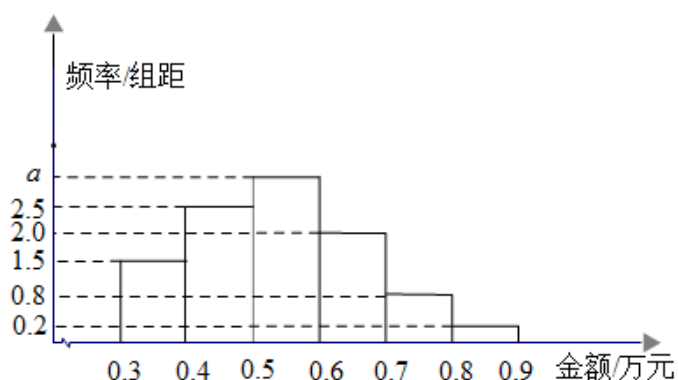
12. 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x + y \leq 4 \\ x - y \leq 2 \\ 3x - y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $3x + y$  的最大值为 \_\_\_\_\_。

13. 函数  $f(x) = 2 \sin x \sin(x + \frac{\pi}{2}) - x^2$  的零点个数为 \_\_\_\_\_。

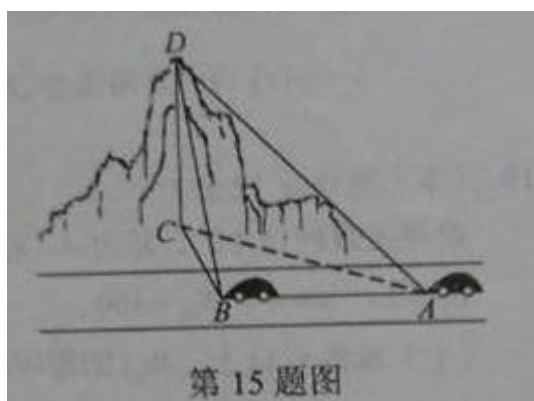
14. 某电子商务公司对 10000 名网络购物者 2014 年度的消费情况进行统计, 发现消费金额 (单位: 万元) 都在区间  $[0.3, 0.9]$  内, 其频率分布直方图如图所示

(1) 直方图中的  $a =$  \_\_\_\_\_。

(2) 在这些购物者中, 消费金额在区间  $[0.5, 0.9]$  内的购物者的人数为 \_\_\_\_\_。

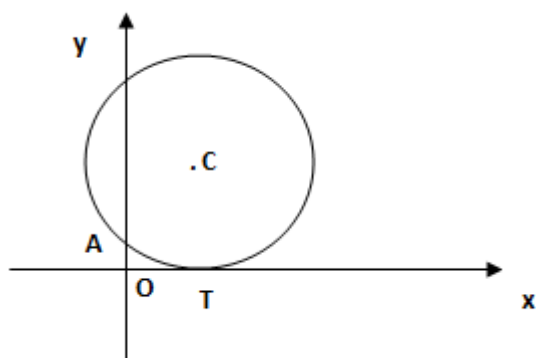


15. 如图，一辆汽车在一条水平的公路上向正西行驶，到 A 处时测得公路北侧一山顶 D 在西偏北  $30^\circ$  的方向上，行驶 600m 后到达 B 处，测得此山顶在西偏北  $75^\circ$  的方向上，仰角为  $30^\circ$ ，则此山的高度  $CD =$  \_\_\_\_\_ m.



16. 如图，已知圆 C 与 x 轴相切于点  $T(1,0)$ ，与 y 轴正半轴交于两点 A, B (B 在 A 的上方)，且  $|AB| = 2$

- (1) 圆 C 的标准方程为\_\_\_\_\_。
- (2) 圆 C 在点 B 处切线在 x 轴上的截距为\_\_\_\_\_。



17.  $a$  为实数, 函数  $f(x) = |x^2 - ax|$  在区间  $[0, 1]$  上的最大值记为  $g(a)$ . 当  $a =$  \_\_\_\_\_ 时,  $g(a)$  的值最小.

三、解答题

18. 某同学将“五点法”画函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $\omega > 0, \varphi < \frac{\pi}{2}$ ) 在某一个时期内的图像时, 列表并填入部分数据, 如下表:

$\omega x + \varphi$	0	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$x$		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{6}$	
$A \sin(\omega x + \varphi)$	0	5		-5	0

(I) 请将上述数据补充完整, 填写在答题卡上相应位置, 并直接写出函数  $f(x)$  的解析式;

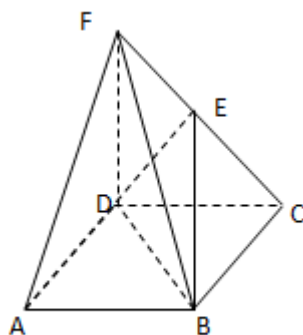
(II) 将  $y = f(x)$  图像上所有点向左平移  $\frac{\pi}{6}$  个单位长度, 得到  $y = g(x)$  图像, 求  $y = g(x)$  的图像离原点  $O$  最近的对称中心.

19. 设等差数列的公差为  $d$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 等比数列的公比为  $q$ , 已知  $S_2 = S_4 = 2, q = d, S_5 = 100$ .

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式

(II) 当  $d > 1$  时, 记  $c_n = \frac{a_n}{b_n}$ , 求数列的前  $n$  项和.

20. 《九章算术》中, 将底面为长方形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称之为阳马, 将四个面都为直角三角形的四面体称之为鳖臑. 在如图所示的阳马  $P-ABCD$  中, 侧棱  $PD \perp$  底面  $ABCD$ , 且  $PD = CD$ , 点  $E$  是  $PC$  的中点, 连接  $DE, BD, BE$ .



第 20 题图

(I) 证明:  $DE \perp$  平面  $PBC$ . 试判断四面体  $EBCD$  是否为鳖臑. 若是, 写出其每个面的直角 (只需写出结论); 若不是, 请说明理由;

(II) 记阳马  $P-ABCD$  的体积为  $V_1$ , 四面体  $EBCD$  的体积为  $V_2$ , 求  $\frac{V_2}{V_1}$  的值

此版本解析仅供参考, 参考答案以考试院官方公布为准

21. 设函数  $f(x), g(x)$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ , 且  $f(x)$  是奇函数,  $g(x)$  是偶函数,  $f(x) + g(x) = e^x$ , 其中  $e$  为自然对数的底数。

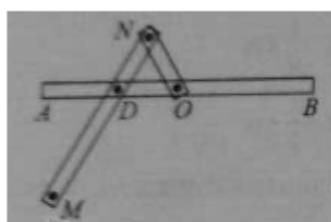
(I) 求  $f(x), g(x)$  的解析式, 并证明: 当  $x > 0$  时,  $f(x) > 0, g(x) > 1$ ;

(II) 设  $a \leq 0, b \geq 1$ , 证明: 当  $x > 0$  时,  $ag(x) + (1 - a) < \frac{f(x)}{x} < bg(x) + (1 - b)$

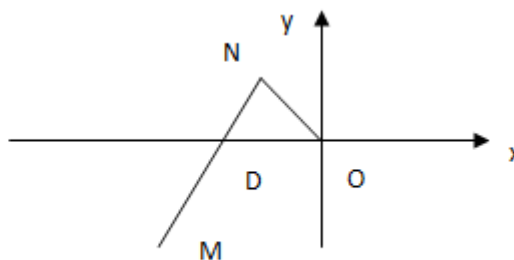
22. 一种画椭圆的工具如图 1 所示  $O$  是滑槽  $AB$  的中点, 短杆  $ON$  可绕  $O$  转动, 长杆  $MN$  通过  $N$  铰链  $ON$  连接,  $MN$  上的栓子  $D$  可沿滑槽  $AB$  滑动, 且  $DN=ON=1, MN=3$ , 当栓子  $D$  在滑槽  $AB$  内作往复运动时, 带动  $N$  绕  $O$  转动,  $M$  处的笔尖画出的椭圆记为  $C$ , 以  $O$  为原点,  $AB$  所在的直线为  $x$  轴建立如图 2 所示的平面直角坐标系。

(I) 求椭圆  $C$  的方程;

(II) 设动直线  $l$  与两定直线  $x+2y=0$  分别交于  $P, Q$  两点. 若直线  $l$  总与椭圆  $C$  有且只有一个公共点, 试探究: 三角形  $OPQ$  的面积是否存在最小值? 若存在, 求出该最小值; 若不存在, 说明理由。



第 22 题图 1



第 22 题图 2

易题库第一时间  
提供Word版高考真题答案及解析  
( yitiku.cn )



易题库  
有哪些  
功能？

### 易题库的教师功能

权威题库

快捷选题

在线组卷

测评报告

### 易题库的学生功能

在线练习

笔记本

能力评估

错题本