

绝密★启用前

试卷类型：A

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（广东卷）

数学（理科）

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 5 分，满分 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1、若集合 $M = \{x | (x+4)(x+1) = 0\}$ ， $N = \{x | (x-4)(x-1) = 0\}$ ，则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{1, 4\}$ B. $\{-1, -4\}$ C. $\{0\}$
 D. \emptyset

2、若复数 $z = i(3-2i)$ (i 是虚数单位)，则 $\bar{z} =$ ()

- A. $2-3i$ B. $2+3i$ C. $3+2i$
 D. $3-2i$

3、下列函数中，既不是奇函数，也不是偶函数的是 ()

- A. $y = \sqrt{1+x^2}$ B. $y = x + \frac{1}{x}$ C. $y = 2^x + \frac{1}{2^x}$
 D. $y = x + e^x$

4、袋中共有 15 个除了颜色外完全相同的球，其中有 10 个白球，5 个红球．从袋中任取 2 个球，所取的 2 个球中恰有 1 个白球，1 个红球的概率为 ()

- A. $\frac{5}{21}$ B. $\frac{10}{21}$ C. $\frac{11}{21}$
 D. 1

5、平行于直线 $2x + y + 1 = 0$ 且与圆 $x^2 + y^2 = 5$ 相切的直线的方程是 ()

- A. $2x + y + 5 = 0$ 或 $2x + y - 5 = 0$ B. $2x + y + \sqrt{5} = 0$ 或 $2x + y - \sqrt{5} = 0$
 C. $2x - y + 5 = 0$ 或 $2x - y - 5 = 0$ D. $2x - y + \sqrt{5} = 0$ 或 $2x - y - \sqrt{5} = 0$

6、若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 4x+5y \geq 8 \\ 1 \leq x \leq 3 \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$ ，则 $z = 3x + 2y$ 的最小值为 ()

- A. 4 B. $\frac{23}{5}$ C. 6
 D. $\frac{31}{5}$

7、已知双曲线C: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的离心率 $e = \frac{5}{4}$ ，且其右焦点为 $F_2(5,0)$ ，则双曲线C

的方程为 ()

A. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$

B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

D. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{4} = 1$

8、若空间中 n 个不同的点两两距离都相等，则正整数 n 的取值 ()

A. 至多等于 3

B. 至多等于 4

C. 等于 5

D. 大于 5

二、填空题 (本大题共 7 小题，考生作答 6 小题，每小题 5 分，满分 30 分.)

(一) 必做题 (11~13 题)

9、在 $(\sqrt{x}-1)^4$ 的展开式中， x 的系数为_____.

10、在等差数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_3+a_4+a_5+a_6+a_7=25$ ，则 $a_2+a_8=$ _____.

11、设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 若 $a=\sqrt{3}$, $\sin B = \frac{1}{2}$,

$C = \frac{\pi}{6}$, 则 $b =$ _____.

12、某高三毕业班有 40 人，同学之间两两彼此给对方仅写一条毕业留言，那么全班共写了

_____条毕业留言. (用数字作答)

13、已知随机变量 X 服从二项分布 $B(n, p)$ ，若 $E(X)=30$ ， $D(X)=20$ ，则

$p =$ _____.

(二) 选做题 (14、15 题，考生只能从中选作一题)

14、(坐标系与参数方程选做题) 已知直线 l 的极坐标方程为 $2\rho \sin\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$ ，

点 A 的极坐标为 $A\left(2\sqrt{2}, \frac{7\pi}{4}\right)$ ，则点 A 到直线 l 的距离

为_____.

15、(几何证明选讲选做题) 如图1，已知 AB 是圆 O 的直径， $AB=4$ ， EC 是圆 O 的切线，切点为 C ， $BC=1$. 过圆心 O 作 BC 的平行线，分别交 EC 和 AC 于点 D 和点 P ，则

$OD =$ _____.

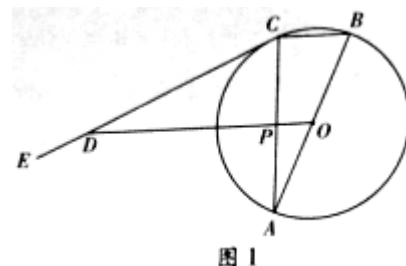


图 1

三、解答题

16. (本小题满分 12 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 已知向量

$$\vec{m} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right), \vec{n} = (\sin x, \cos x), x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$$

(1) 若 $\vec{m} \perp \vec{n}$, 求 $\tan x$ 的值;

(2) 若 \vec{m} 与 \vec{n} 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 x 的值.

17. (本小题满分 12 分)

某工厂 36 名工人年龄数据如下表

工人编号	年龄	工人编号	年龄	工人编号	年龄	工人编号	年龄
1	40	10	36	19	27	28	34
2	44	11	31	20	43	29	39
3	40	12	38	21	41	30	43
4	41	13	39	22	37	31	38
5	33	14	43	23	34	32	42
6	40	15	45	24	42	33	53
7	45	16	39	25	37	34	37
8	42	17	38	26	44	35	49
9	43	18	36	27	42	36	39

(1) 用分成抽样法从 36 名工人中抽取容量为 9 的样本, 且在第一分段里用随机抽样法抽到的年龄数据为 44, 列出样本的年龄数据;

(2) 计算 (1) 中样本的均值 \bar{x} 和方差 s^2 ;

(3) 36 名工人中年龄在 $\bar{x} - s$ 和 $\bar{x} + s$ 之间有多少人? 所占百分比是多少 (精确到 0.01%)?

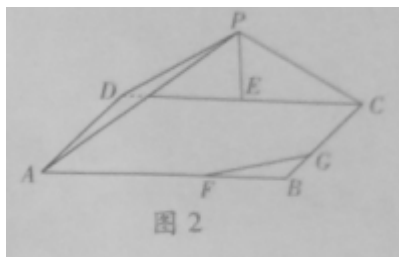
18. (本小题满分 14 分)

如图 2, 三角形 PDC 所在的平面与长方形 $ABCD$ 所在的平面垂直, $PD = PC = 4$, $AB = 6$, $BC = 3$, 点 E 是 CD 的中点, 点 F 、 G 分别在线段 AB 、 BC 上, 且 $AF = 2FB$, $CG = 2GB$.

(1) 证明: $PE \perp FG$;

(2) 求二面角 $P - AD - C$ 的正切值;

(3) 求直线 PA 与直线 FG 所成角的余弦值.



19. (本小题满分 14 分)

设 $a > 1$, 函数 $f(x) = (1 + x^2)e^x - a$

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上仅有一个零点;

(3) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 P 处的切线与 x 轴平行, 且在点 M (m, n) 处的切线与直线 OP 平

行, (O 是坐标原点), 证明: $m \leq \sqrt[3]{a - \frac{2}{e}} - 1$.

20. (本小题满分 14 分)

已知过原点的动直线 l 与圆 $C_1: x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ 相交于不同的两点 A、B.

(1) 求圆 C_1 的圆心坐标;

(2) 求线段 AB 的中点 M 的轨迹 C 的方程;

(3) 是否存在实数 k, 使得直线 $l: y = k(x - 4)$ 与曲线 C 只有一个交点? 若存在, 求出 k 的取值范围; 若不存在, 说明理由.

21. (本小题满分 14 分)

数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 + 2a_2 + \dots + na_n = 3 - \frac{n+2}{2^{n-1}}, n \in N^*$.

(1) 求 a_3 的值;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

(3) 令 $b_1 = a_1, b_n = \frac{T_{n-1}}{n} + (1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n})a_n (n \geq 2)$, 证明: 数列 $\{b_n\}$ 的前

n 项和 S_n 满足 $S_n < 2 + 2 \ln n$