2015年普通高等学校招生全国统一考试（福建卷）

数　学（理工类）

第Ⅰ卷（选择题共50分）

一、选择题：本题共10小题，每小题5分，共50分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1、若集合 $A=\{i,i^2,i^3,i^4\}$ （i 是虚数单位），$B=\{1,-1\}$ ，则 $A\cap B$ 等于

A.$\{-1\}$ B.$\{1\}$ C.$\{1,-1\}$ D.ϕ

2、下列函数为奇函数的是

A. $y=\sqrt{x}$ B. $y=|\sin x|$ C. $y=\cos x$ D. $y=e^x-e^{-x}$

3、若双曲线 $E:\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，点 P 在双曲线 E 上，且 $|PF_1|=3$，则 $|PF_2|$ 等于

A.11　B.9　　C.5　　　D.3

4、为了解某社区居民的家庭年收入所年支出的关系，随机调查了该社区5户家庭，得到如下统计数据表：

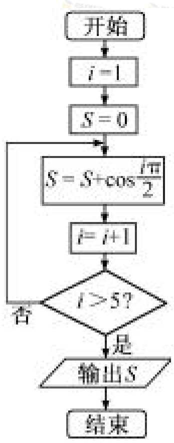
收入 x（万元）	8.2	8.6	10.0	11.3	11.9
支出 y （万元）	6.2	7.5	8.0	8.5	9.8

根据上表可得回归本线方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ ，其中 $\hat{b}=0.76,\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$ ，据此估计，该社区一户收入为15万元家庭年支出为

A.11.4万元　B.11.8万元　 C.12.0万元　　D.12.2万元

5、若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+2y\ge 0,\\ x-y\le 0,\\ x-2y+2\ge 0,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最小值等于

A. $-\dfrac{5}{2}$ B. -2 C. $-\dfrac{3}{2}$ D.2



6、阅读如图所示的程序框图，运行相应的程序，则输出的结果为

A.2　　B.1　　　C.0　　　D. -1

7、若 l,m 是两条不同的直线，m 垂直于平面 α ，则“$l\perp m$ ”是“$l//\alpha$ ”的

A.充分而不必要条件　B.必要而不充分条件　C.充分必要条件　 D.既不充分也不必要条件

8、若 a,b 是函数 $f\left(x\right)=x^2-px+q\left(p>0,q>0\right)$ 的两个不同的零点，且 $a,b,-2$ 这三个数可适当排序后成等差数列，也可适当排序后成等比数列，则 $p+q$ 的值等于

A.6　B.7　C.8　D.9

9、已知 $\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{AC},\left|\overrightarrow{AB}\right|=\dfrac{1}{t},\left|\overrightarrow{AC}\right|=t$ ，若 P 点是 ΔABC 所在平面内一点，且 $\overrightarrow{AP}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}+\dfrac{4\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}$ ，则 $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{PC}$ 的最大值等于

A.13　B.15　C.19　D.21

10、若定义在 R 上的函数 $f\left(x\right)$ 满足 $f\left(0\right)=-1$ ，其导函数 $f'\left(x\right)$ 满足 $f'\left(x\right)>k>1$ ，则下列结论中一定错误的是

A. $f\left(\dfrac{1}{k}\right)<\dfrac{1}{k}$　B. $f\left(\dfrac{1}{k}\right)>\dfrac{1}{k-1}$　C. $f\left(\dfrac{1}{k-1}\right)<\dfrac{1}{k-1}$　D. $f\left(\dfrac{1}{k-1}\right)>\dfrac{k}{k-1}$

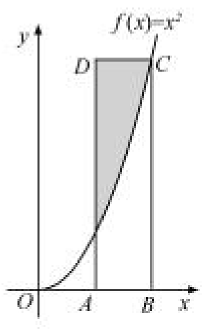
第 II 卷（非选择题共 100 分）

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分.把答案填在答题卡的相应位置.

11、$\left(x+2\right)^5$ 的展开式中，x^2 的系数等于_____________.（用数字作答）

12、若锐角 ΔABC 的面积为 $10\sqrt{3}$ ，且 $AB=5,AC=8$ ，则 BC 等于_____________.

13、如图，点 A 的坐标为 $\left(1,0\right)$ ，点 C 的坐标为 $\left(2,4\right)$ ，函数 $f\left(x\right)=x^2$ ，若在矩形 $ABCD$ 内随机取一点，则此点取自阴影部分的概率等于____________.



14、若函数 $f\left(x\right)=\begin{cases}-x+6,x\le 2,\\3+\log_a x,x>2,\end{cases}$ （$a>0$ 且 $a\ne 1$ ）的值域是 $\left[4,+\infty\right)$ ，则实数 a 的取值范围是______________.

15、一个二元码是由 0 和 1 组成的数字串 $x_1x_2\cdots x_n\left(n\in N^*\right)$ ，其中 $x_k\left(k=1,2,\cdots,n\right)$ 称为第 k 位码元，二元码是通信中常用的码，但在通信过程中有时会发生码元错误（即码元由 0 变为 1，或者由 1 变为 0）

已知某种二元码 $x_1x_2\cdots x_7$ 的码元满足如下校验方程组：$\begin{cases}x_4\oplus x_5\oplus x_6\oplus x_7=0,\\x_2\oplus x_3\oplus x_6\oplus x_7=0,\\x_1\oplus x_3\oplus x_5\oplus x_7=0,\end{cases}$

其中运算 $\oplus$ 定义为：$0\oplus 0=0,0\oplus 1=1,1\oplus 0=1,1\oplus 1=0$.

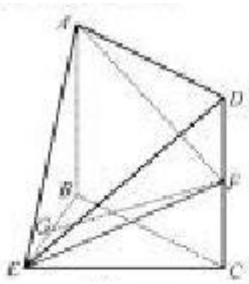
现已知一个这种二元码在通信过程中仅在第 k 位发生码元错误后变成了 1101101，那么利用上述校验方程组可判定 k 等于___________.

16.某银行规定，一张银行卡若在一天内出现 3 次密码尝试错误，该银行卡将被锁定，小王到银行取钱时，发现自己忘记了银行卡的密码，但是可以确定该银行卡的正确密码是他常用的 6 个密码之一，小王决定从中不重复地随机选择 1 个进行尝试.若密码正确，则结束尝试；否则继续尝试，直至该银行卡被锁定.

(1)求当天小王的该银行卡被锁定的概率；

(2)设当天小王用该银行卡尝试密码次数为 X，求 X 的分布列和数学期望.

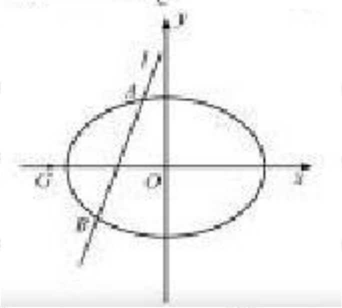
17.如图，在几何体 ABCDE 中，四边形 ABCD 是矩形，AB^ 平面 BEG，BE^ EC，AB=BE=EC=2，G，F 分别是线段 BE，DC 的中点.



(1)求证：GF平面 ADE

(2)求平面 AEF 与平面 BEC 所成锐二面角的余弦值.

18. 已知椭圆 E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 过点 $(0,\sqrt{2})$，且离心率为 $\frac{}{2}$.



(1)求椭圆 E 的方程；

(2)设直线 $x=my-1$，$(m? R)$ 交椭圆 E 于 A，B 两点，判断点 G$(-\frac{9}{4},0)$ 与以线段 AB 为直径的圆的位置关系，并说明理由.

19.已知函数 $f(x)$ 的图像是由函数 $g(x)=\cos x$ 的图像经如下变换得到：先将 $g(x)$ 图像上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变），再将所得到的图像向右平移 $\frac{p}{2}$ 个单位长度.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式，并求其图像的对称轴方程；

(2)已知关于 x 的方程 $f(x)+g(x)=m$ 在 $[0,2p)$ 内有两个不同的解 a,b

1)求实数 m 的取值范围；

2)证明：$\cos(a-b)=\frac{2m^2}{5}-1.$

20.已知函数 $f(x)=\ln(1+x)$，$g(x)=kx,(k? R)$,

(1)证明：当 $x>0$时，$f(x)<x$；

(2)证明：当$k<1$时，存在$x_0>0$,使得对任意$x\in(0, x_0)$,恒有$f(x)>g(x)$;

(3)确定 k 的所以可能取值，使得存在$t>0$，对任意的$x\in(0, t)$,恒有$|f(x)-g(x)|<x^2$.

21.本题设有三个选考题，请考生任选 2 题作答.

选修 4-2：矩阵与变换

已知矩阵$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$,$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.

(1)求 A 的逆矩阵A^{-1};

(2)求矩阵 C，使得 AC=B.

选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系xoy中，圆 C 的参数方程为$\begin{cases} x=1+3\cos t \\ y=-2+3\sin t \end{cases}$(t 为参数) .在极坐标系（与平面直角坐标系$xoy$取相同的长度单位，且以原点 O 为极点，以$x$轴非负半轴为极轴）中，直线 l 的方程为$\sqrt{2}\rho\sin(\theta-\frac{\pi}{4})=m,(m\in R)$.

(1)求圆 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程;

(2)设圆心 C 到直线 l 的距离等于 2，求 m 的值.

选修 4-5：不等式选讲

已知函数$f(x)=|x+a|+|x+b|+c$的最小值为 4.

(1)求$a+b+c$的值;

(2)求$\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{9}b^2+c^2$的最小值为.

数学试题（理工农医类）参考答案

一、选择题：本大题考查基础知识和基本运算，每小题 5 分，满分 50 分。

1.C　2.D　3.B　4.B　5.A　6.C　7.B　8.D　9.A　10.C

二、填空题：本大题考查基础知识和基本运算，每小题 4 分，满分 20 分。

11. 80　　12. 7　　13. $\frac{5}{12}$　　14. $(1,2]$　　15.5

三、解答题：本大题共 6 小题，共 80 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

16.本小题主要考查古典概型、相互独立事件的概率、随机变量的分布列、数学期望等基础知识，考查运算求解能力、应用意识，考查必然与或然思想，满分 13 分

解：（1）设“当天小王的该银行卡被锁定”的事件为 A，

则 $P(A)=\frac{5}{6}$创$\frac{4}{5}$ $\frac{3}{4}=\frac{1}{2}$

（2）依题意得，X 所有可能的取值是 1，2，3

又 $P(X=1)=\frac{1}{6}, P(X=2)=\frac{5}{6}?\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}, P(X=3)=\frac{5}{6}$创$\frac{4}{5}$ $1=\frac{2}{3}$.

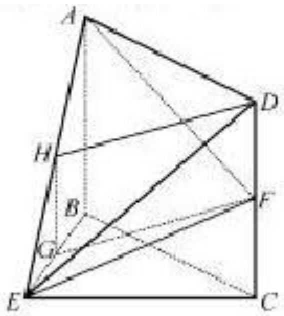
所以 X 的分布列为

X	1	2	3
p	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{3}$

所以 E(X) $=1?\frac{1}{6}$ $2?\frac{1}{6}$ $3?\frac{2}{3}$ $\frac{5}{2}$.

17.本小题主要考查直线与直线、直线与平面、平面与平面的位置关系等基础知识，考查空间想象能力、推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想、函数与方程思想、化归与转化思想.满分 13 分.

解法一：（1）如图，取 AE 的中点 H，连接 HG，HD，



又 G 是 BE 的中点，

所以GH□AB，且GH=$\frac{1}{2}$AB，

又 F 是 CD 中点，所以DF=$\frac{1}{2}$CD，

由四边形 ABCD 是矩形得，AB□CD，AB=CD，

所以GH□DF，且GH=DF.

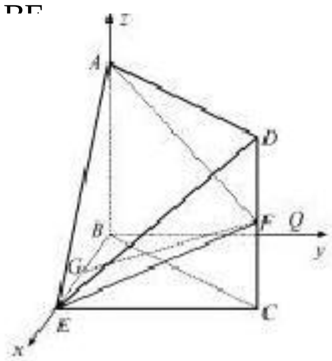
从而四边形 HGFD 是平行四边形，所以GF□DH，

又DH趟平面ADE，GF　平面ADE，所以GF□平面ADE.

(2)如图，在平面 BEG 内，过点 B 作 BQ□EC,因为BE ^ CE，所以BQ ^ BE

又因为 AB^ 平面 BEC，所以 AB^ BE，AB^ BQ

以 B 为原点，分别以$\overrightarrow{BE},\overrightarrow{BQ},\overrightarrow{BA}$的方向为 x 轴，y 轴，z 轴的正方向



建立空间直角坐标系，则 A(0,0,2),B(0,0,0),E(2,0,0),F(2,2,1)

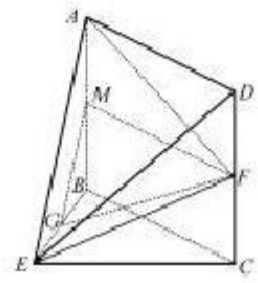
因为 AB⊥平面 BEC，所以 $\overrightarrow{BA}=(0,0,2)$ 为平面 BEC 的法向量，

设 $\vec{n}=(x,y,z)$ 为平面 AEF 的法向量.又 $\overrightarrow{AE}=(2,0,-2),\overrightarrow{AF}=(2,2,-1)$

由 $\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AE}=0,\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AF}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}2x-2z=0,\\ 2x+2y-z=0,\end{cases}$ 取 $z=2$ 得 $\vec{n}=(2,-1,2)$.

从而 $\cos\langle\vec{n},\overrightarrow{BA}\rangle=\dfrac{\vec{n}\cdot\overrightarrow{BA}}{|\vec{n}|\times|\overrightarrow{BA}|}=\dfrac{4}{3\times2}=\dfrac{2}{3}$,

所以平面 AEF 与平面 BEC 所成锐二面角的余弦值为 $\dfrac{2}{3}$.



解法二：(1)如图，取 AB 中点 M，连接 MG，MF，

又 G 是 BE 的中点，可知 GM∥AE，

又 $AE\subset$ 平面ADE，GM $\not\subset$ 平面ADE，

所以 GM∥平面 ADE.

在矩形 ABCD 中，由M，F分别是AB，CD的中点得MF∥AD.

又 $AD\subset$ 平面ADE，MF $\not\subset$ 平面ADE，所以MF∥平面ADE.

又因为GM∩MF＝M，GM $\subset$ 平面GMF，MF $\subset$ 平面GMF

所以平面GMF∥平面ADE，

因为GF $\subset$ 平面GMF，所以GF∥平面ADE

（2）同解法一.

18．本小题主要考查椭圆、圆、直线与椭圆的位置关系等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力，考查数形结合思想、化归与转化思想、函数与方程思想. 满分 13 分

解法一：(1)由已知得

$\begin{cases}b=\sqrt{2}\\ \dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\ a^2=b^2+c^2\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2\\ b=\sqrt{2}\\ c=\sqrt{2}\end{cases}$

所以椭圆 E 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$.

(2)设点 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$, AB 中点为 $H(x_0,y_0)$.

由 $\begin{cases} x = my - 1 \\ \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$ 得 $(m^2+2)y^2 - 2my - 3 = 0,$

所以 $y_1 + y_2 = \dfrac{2m}{m^2+2}, y_1y_2 = \dfrac{3}{m^2+2}$，从而 $y_0 = \dfrac{2}{m^2+2}$.

所以 $|GH|^2 = (x_0 + \dfrac{9}{4})^2 + {y_0}^2 = (my_0 + \dfrac{5}{4})^2 + {y_0}^2 = (m^2+1){y_0}^2 + \dfrac{5}{2}my_0 + \dfrac{25}{16}$.

$$\frac{|AB|^2}{4} = \frac{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}{4} = \frac{(m^2+1)(y_1 - y_2)^2}{4}$$

$$= \frac{(m^2+1)[(y_1+y_2)^2 - 4y_1y_2]}{4} = (m^2+1)({y_0}^2 - y_1y_2),$$

故 $|GH|^2 - \dfrac{|AB|^2}{4} = \dfrac{5}{2}my_0 + (m^2+1)y_1y_2 + \dfrac{25}{16} = \dfrac{5m^2}{2(m^2+2)} - \dfrac{3(m^2+1)}{m^2+2} + \dfrac{25}{16} = \dfrac{17m^2+2}{16(m^2+2)} > 0$

所以 $|GH| > \dfrac{|AB|}{2}$，故 $G(-\dfrac{9}{4}, 0)$ 在以 AB 为直径的圆外.

解法二：(1)同解法一.

(2)设点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,，则 $\overrightarrow{GA} = (x_1 + \dfrac{9}{4}, y_1), \overrightarrow{GB} = (x_2 + \dfrac{9}{4}, y_2)$.

由 $\begin{cases} x = my - 1 \\ \dfrac{x^2}{4} + \dfrac{y^2}{2} = 1 \end{cases}$ 得 $(m^2+2)y^2 - 2my - 3 = 0$，所以 $y_1 + y_2 = \dfrac{2m}{m^2+2}, y_1y_2 = \dfrac{3}{m^2+2}$,

从而 $\overrightarrow{GA} \cdot \overrightarrow{GB} = (x_1 + \dfrac{9}{4})(x_2 + \dfrac{9}{4}) + y_1y_2 = (my_1 + \dfrac{5}{4})(my_2 + \dfrac{5}{4}) + y_1y_2$

$$= (m^2+1)y_1y_2 + \frac{5}{4}m(y_1+y_2) + \frac{25}{16} = \frac{5m^2}{2(m^2+2)} - \frac{3(m^2+1)}{m^2+2} + \frac{25}{16} = \frac{17m^2+2}{16(m^2+2)} > 0$$

所以 $\cos\langle\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}\rangle > 0$，又 $\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GB}$ 不共线，所以 $\angle AGB$ 为锐角.

故点 $G(-\dfrac{9}{4}, 0)$ 在以 AB 为直径的圆外.

19. 本小题主要考查三角函数的图像与性质、三角恒等变换等基础知识，考查运算求解能力、抽象概括能力、推理论证能力，考查函数与方程思想、分类与整体思想、化归与转化思想、数形结合思想. 满分 13 分.

解法一：(1)将 $g(x) = \cos x$ 的图像上所有点的纵坐标伸长到原来的 2 倍（横坐标不变）得到 $y = 2\cos x$ 的图像，再将 $y = 2\cos x$ 的图像向右平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位长度后得到 $y = 2\cos(x - \dfrac{\pi}{2})$ 的图像，故 $f(x) = 2\sin x$

从而函数 $f(x)=2\sin x$ 图像的对称轴方程为 $x=k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in Z)$.

(2)1) $f(x)+g(x)=2\sin x+\cos x=\sqrt{5}(\dfrac{2}{\sqrt{5}}\sin x+\dfrac{1}{\sqrt{5}}\cos x)$

$$=\sqrt{5}\sin(x+\varphi)(\text{其中}\sin\varphi=\frac{1}{\sqrt{5}},\cos\varphi=\frac{2}{\sqrt{5}})$$

依题意，$\sin(x+\varphi)=\dfrac{m}{\sqrt{5}}$ 在区间 $[0,2\pi)$ 内有两个不同的解 α,β 当且仅当 $|\dfrac{m}{\sqrt{5}}|<1$，故 m 的取值范围是 $(-\sqrt{5},\sqrt{5})$.

2)因为 α,β 是方程 $\sqrt{5}\sin(x+\varphi)=m$ 在区间 $[0,2\pi)$ 内有两个不同的解，

所以 $\sin(\alpha+\varphi)=\dfrac{m}{\sqrt{5}}$，$\sin(\beta+\varphi)=\dfrac{m}{\sqrt{5}}$.

当 $1\le m<\sqrt{5}$ 时，$\alpha+\beta=2(\dfrac{\pi}{2}-\varphi)$，即 $\alpha-\beta=\pi-2(\beta+\varphi)$;

当 $-\sqrt{5}<m<1$ 时，$\alpha+\beta=2(\dfrac{3\pi}{2}-\varphi)$，即 $\alpha-\beta=3\pi-2(\beta+\varphi)$;

所以 $\cos(\alpha-\beta)=-\cos 2(\beta+\varphi)=2\sin^2(\beta+\varphi)-1=2(\dfrac{m}{\sqrt{5}})^2-1=\dfrac{2m^2}{5}-1.$

解法二：(1)同解法一.

(2)1) 同解法一.

2) 因为 α,β 是方程 $\sqrt{5}\sin(x+\varphi)=m$ 在区间 $[0,2\pi)$ 内有两个不同的解，

所以 $\sin(\alpha+\varphi)=\dfrac{m}{\sqrt{5}}$，$\sin(\beta+\varphi)=\dfrac{m}{\sqrt{5}}$.

当 $1\le m<\sqrt{5}$ 时，$\alpha+\beta=2(\dfrac{\pi}{2}-\varphi)$，即 $\alpha+\varphi=\pi-(\beta+\varphi)$;

当 $-\sqrt{5}<m<1$ 时，$\alpha+\beta=2(\dfrac{3\pi}{2}-\varphi)$，即 $\alpha+\varphi=3\pi-(\beta+\varphi)$;

所以 $\cos(\alpha+\varphi)=-\cos(\beta+\varphi)$

于是 $\cos(\alpha-\beta)=\cos[(\alpha+\varphi)-(\beta+\varphi)]=\cos(\alpha+\varphi)\cos(\beta+\varphi)+\sin(\alpha+\varphi)\sin(\beta+\varphi)$

$$=-\cos^2(\beta+\varphi)+\sin(\alpha+\varphi)\sin(\beta+\varphi)=-[1-(\frac{m}{\sqrt{5}})^2]+(\frac{m}{\sqrt{5}})^2=\frac{2m^2}{5}-1.$$

20.本小题主要考查导数及其应用等基础知识，考查推理论证能力、运算求解能力、创新意识，考查函数与方程思想、化归与转化思想、分类与整合思想、有限与无限思想、数形结合思想.满分 14 分.

解法一：(1)令 $F(x)=f(x)-x=\ln(1+x)-x, x\in[0,+\infty)$，则有 $F'(x)=\frac{1}{1+x}-1=-\frac{x}{1+x}$

当 $x\in[0,+\infty)$，$F'(x)<0$，所以 $F(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减,

故当 $x>0$时，$F(x)<F(0)=0$，即当 $x>0$时，$f(x)<x$.

(2)令 $G(x)=f(x)-g(x)=\ln(1+x)-kx, x\in[0,+\infty)$，则有 $G'(x)=\frac{1}{1+x}-k=\frac{-kx+(1-k)}{1+x}$

当 $k\le 0$ $G'(x)>0$，所以 $G(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递增，$G(x)>G(0)=0$

故对任意正实数 x_0 均满足题意.

当 $0<k<1$时，令 $G'(x)=0$，得 $x=\frac{1-k}{k}=\frac{1}{k}-1>0$.

取 $x_0=\frac{1}{k}-1$，对任意 $x\in(0,x_0)$，恒有 $G'(x)>0$，所以 $G(x)$ 在 $[0,x_0)$ 上单调递增，$G(x)>G(0)=0$，

即 $f(x)>g(x)$.

综上，当 $k<1$时，总存在 $x_0>0$，使得对任意的任意 $x\in(0,x_0)$，恒有 $f(x)>g(x)$.

(3)当 $k>1$时，由（1）知，对于 $\forall x\in(0,+\infty)$，$g(x)>x>f(x)$，故 $g(x)>f(x)$，

$|f(x)-g(x)|=g(x)-f(x)=kx-\ln(1+x)$，

令 $M(x)=kx-\ln(1+x)-x^2, x\in[0,+\infty)$，则有 $M'(x)=k-\frac{1}{1+x}-2x=\frac{-2x^2+(k-2)x+k-1}{1+x}$，

故当 $x\in\left(0,\frac{k-2+\sqrt{(k-2)^2+8(k-1)}}{4}\right)$ 时，$M'(x)>0$，$M(x)$ 在 $\left[0,\frac{k-2+\sqrt{(k-2)^2+8(k-1)}}{4}\right)$ 上单调递增，故 $M(x)>M(0)=0$，即 $|f(x)-g(x)|>x^2$，所以满足题意的 t 不存在.

当 $k<1$时，由（2）知存在 $x_0>0$，使得对任意的任意 $x\in(0,x_0)$，恒有 $f(x)>g(x)$.

此时 $|f(x)-g(x)|=f(x)-g(x)=\ln(1+x)-kx$，

令 $N(x)=\ln(1+x)-kx-x^2, x\in[0,+\infty)$，则有 $M'(x)=\frac{1}{1+x}-k-2x=\frac{-2x^2-(k+2)x-k+1}{1+x}$，

故当 $x\in\left(0,\frac{-(k+2)+\sqrt{(k+2)^2+8(1-k)}}{4}\right)$ 时，$N'(x)>0$，$M(x)$ 在 $\left[0,\frac{-(k+2)+\sqrt{(k+2)^2+8(1-k)}}{4}\right)$ 上单调递增，故 $N(x)>N(0)=0$，即 $f(x)-g(x)>x^2$，记 x_0 与 $\frac{-(k+2)+\sqrt{(k+2)^2+8(1-k)}}{4}$ 中较小的为 x_1，

则当 $x\in(0,x_1)$时，恒有 $|f(x)-g(x)|>x^2$，故满足题意的 t 不存在.

当 $k=1$，由（1）知，当 $x\in(0,+\infty)$，$|f(x)-g(x)|=g(x)-f(x)=x-\ln(1+x)$，

令 $H(x)=x-\ln(1+x)-x^2, x\in[0,+\infty)$，则有 $H'(x)=1-\dfrac{1}{1+x}-2x=\dfrac{-2x^2-x}{1+x}$，

当 $x>0$ 时，$H'(x)<0$，所以 $H(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，故 $H(x)<H(0)=0$，

故当 $x>0$ 时，恒有 $|f(x)-g(x)|<x^2$，此时，任意实数 t 满足题意.

综上，$k=1$.

解法二：(1)(2)同解法一.

(3)当 $k>1$ 时，由(1)知，对于 $\forall x\in(0,+\infty)$, $g(x)>x>f(x)$，，

故 $|f(x)-g(x)|=g(x)-f(x)=kx-\ln(1+x)>kx-x=(k-1)x$，

令 $(k-1)x>x^2$，解得 $0<x<k-1$，

从而得到当 $k>1$ 时，对于 $x\in(0,k-1)$ 恒有 $|f(x)-g(x)|>x^2$，所以满足题意的 t 不存在.

当 $k<1$ 时，取 $k_1=\dfrac{k+1}{2}$，从而 $k<k_1<1$

由(2)知存在 $x_0>0$，使得任意 $x\in(0,x_0)$，恒有 $f(x)>k_1x>kx=g(x)$.

此时 $|f(x)-g(x)|=f(x)-g(x)>(k_1-k)x=\dfrac{1-k}{2}x$，

令 $\dfrac{1-k}{2}x>x^2$，解得 $0<x<\dfrac{1-k}{2}$，此时 $f(x)-g(x)>x^2$，

记 x_0 与 $\dfrac{1-k}{2}$ 中较小的为 x_1，则当 $x\in(0,x_1)$ 时，恒有 $|f(x)-g(x)|>x^2$，

故满足题意的 t 不存在.

当 $k=1$，由(1)知，当 $x\in(0,+\infty)$，$|f(x)-g(x)|=g(x)-f(x)=x-\ln(1+x)$，

令 $M(x)=x-\ln(1+x)-x^2, x\in[0,+\infty)$，则有 $M'(x)=1-\dfrac{1}{1+x}-2x=\dfrac{-2x^2-x}{1+x}$，

当 $x>0$ 时，$M'(x)<0$，所以 $M(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上单调递减，故 $M(x)<M(0)=0$，

故当 $x>0$ 时，恒有 $|f(x)-g(x)|<x^2$，此时，任意实数 t 满足题意.

综上，$k=1$.

21.选修 4-2：矩阵与变换

本小题主要考查矩阵、逆矩阵等基础知识，考查运算求解能力，考查化归与转化思想.满分 7 分.

解：(1)因为 $|A|=2\times3-1\times4=2$

所以 $A^{-1}=\begin{pmatrix}\dfrac{3}{2} & \dfrac{-1}{2}\\ \dfrac{-4}{2} & \dfrac{2}{2}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dfrac{3}{2} & -\dfrac{1}{2}\\ -2 & 1\end{pmatrix}$

(2)由 AC=B 得 $(A^{-1}A)C=A^{-1}B$,

故 $C=A^{-1}B=\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & -\frac{1}{2}\\ -2 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{3}{2} & 2\\ -2 & -3\end{pmatrix}$

选修 4-4：坐标系与参数方程

本小题主要考查极坐标与直角坐标的互化、圆的参数方程等基础知识，考查运算求解能力，考查化归与转化思想.满分 7 分.

解：(1)消去参数 t，得到圆的普通方程为 $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2=9$,

由 $\sqrt{2}r\ \sin(q-\frac{p}{4})=\mathrm{m}$，得 $r\ \sin q-r\ \cos q-\mathrm{m}=0$,

所以直线 l 的直角坐标方程为 $x-y-m=0$.

(2)依题意，圆心 C 到直线 l 的距离等于 2，即

$\frac{|1-\left(-2\right)+\mathrm{m}|}{\sqrt{2}}=2$，解得m=−3? $2\sqrt{2}$

选修 4-5：不等式选讲

本小题主要考查绝对值不等式、柯西不等式等基础知识，考查推理论证能力，考查化归与转化思想.满分 7 分.

解：(1)因为 $f(\mathrm{x})=|\mathrm{x}+a|+|\mathrm{x}+b|+c\ ?\ |(\mathrm{x}\quad a)-(\mathrm{x}+b)|+c=|\mathrm{a}+b|+c$

当且仅当 $-a\ \#x\quad b$ 时，等号成立

又 $a>0,b>0$，所以 $|\mathrm{a+b}|=\mathrm{a+b}$,所以 $f(\mathrm{x})$ 的最小值为 $\mathrm{a+b+c}$,

所以 $\mathrm{a+b+c}=4$

(2)由(1)知 $\mathrm{a+b+c}=4$，由柯西不等式得

骣琪桫 $a^2+\frac{1}{9}b^2+c^2$ $\left(4+9+1\right)$ 炽骣琪桫 $2+\frac{b}{3}$创3$+c\quad 1$ ^{2} $=\left(a+b+c\right)^2=16$,

即 $\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{9}b^2+c^2\ ?\ \frac{8}{7}$.

当且仅当 $\frac{\frac{1}{2}a}{2}=\frac{\frac{1}{3}b}{3}=\frac{c}{1}$,即 $a=\frac{8}{7},b=\frac{18}{7},c=\frac{2}{7}$ 时，等号成立

所以 $\frac{1}{4}a^2+\frac{1}{9}b^2+c^2$ 的最小值为 $\frac{8}{7}$.