

2015 年普通高等学校招生全国统一考试 (重庆卷)
数 学 (文史类)

一、选择题: 本大题共 10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

(1) 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 3\}$, 则 $A \cap B =$

- (A) $\{2\}$ (B) $\{1, 2\}$ (C) $\{1, 3\}$ (D) $\{1, 2, 3\}$

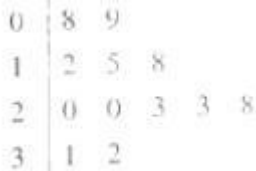
(2) “ $x = 1$ ” 是 “ $x^2 - 2x + 1 = 0$ ” 的

- (A) 充要条件 (B) 充分而不必要条件
(C) 必要而不充分条件 (D) 既不充分也不必要条件

(3) 函数 $f(x) = \log_2(x^2 + 2x - 3)$ 的定义域是

- (A) $[-3, 1]$ (B) $(-3, 1)$
(C) $(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$ (D) $(-\infty, -3) \cup (1, +\infty)$

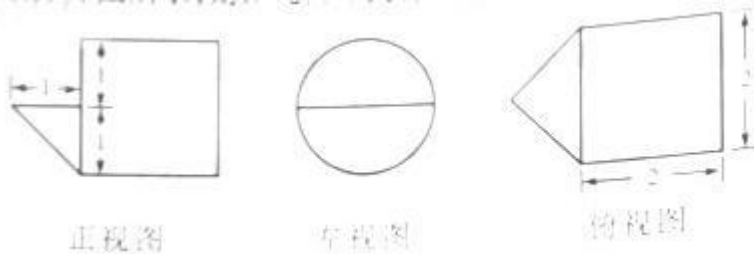
(4) 重庆市 2013 年各月的平均气温 ($^{\circ}\text{C}$) 数据的茎叶图如下



则这组数据中的中位数是

- (A) 19 (B) 20 (C) 21.5 (D) 23

(5) 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为



- (A) $\frac{1}{3} + 2\pi$ (B) $\frac{13\pi}{6}$ (C) $\frac{7\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{2}$

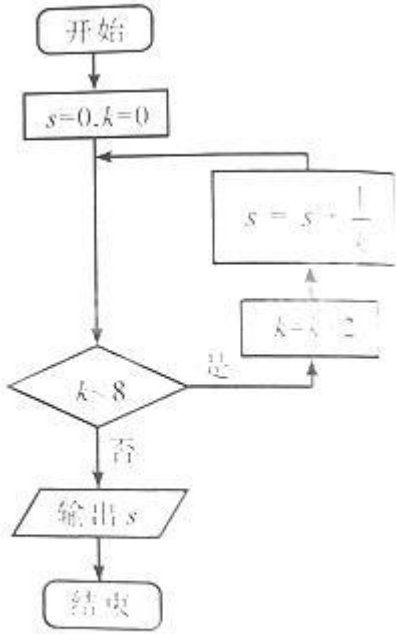
(6) 若 $\tan a = \frac{1}{3}, \tan(a + b) = \frac{1}{2}$, 则 $\tan b =$

- (A) $\frac{1}{7}$ (B) $\frac{1}{6}$ (C) $\frac{5}{7}$ (D) $\frac{5}{6}$

(7) 已知非零向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{b}| = 4|\vec{a}|$, 且 $\vec{a} \perp (2\vec{a} + \vec{b})$ 则 \vec{a} 与 \vec{b} 的夹角为

- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$

(8) 执行如图 (8) 所示的程序框图, 则输出 s 的值为



题(8)图

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{5}{6}$ (C) $\frac{11}{12}$ (D) $\frac{25}{24}$

(9) 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点是 F, 左、右顶点分别是 A_1, A_2 , 过 F 做 A_1A_2 的垂线与双曲线交于 B, C 两点, 若 $A_1B \perp A_2C$, 则双曲线的渐近线的斜率为

- (A) $\pm \frac{1}{2}$ (B) $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) ± 1
 (D) $\pm \sqrt{2}$

(10) 若不等式组 $\begin{cases} x+y-2 \leq 0 \\ x+2y-2 \geq 0 \\ x-y+2m \geq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为三角形, 且其面积等于 $\frac{4}{3}$,

则 m 的值为

- (A) -3 (B) 1 (C) $\frac{4}{3}$ (D) 3

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

(11) 复数 $(1+2i)i$ 的实部为_____.

(12) 若点 P (1, 2) 在以坐标原点为圆心的圆上, 则该圆在点 P 处的切线方程为_____.

(13) 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c, 且 $a = 2, \cos C = -\frac{1}{4}, 3\sin A = 2\sin B$, 则 $c =$ _____.

(14) 设 $a, b > 0, a + b = 5$, 则 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b+3}$ 的最大值为 _____.

(15) 在区间 $[0, 5]$ 上随机地选择一个数 p , 则方程 $x^2 + 2px + 3p - 2 = 0$ 有两个负根的概率为 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(16) (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3 = 2$, 前 3 项和 $S_3 = \frac{9}{2}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设等比数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1, b_4 = a_{15}$, 求 $\{b_n\}$ 前 n 项和 T_n .

(17) (本小题满分 13 分, (I) 小问 10 分, (II) 小问 3 分)

随着我国经济的发展, 居民的储蓄存款逐年增长. 设某地区城乡居民人民币储蓄存款 (年底余额) 如下表:

年份	2010	2011	2012	2013	2014
时间代号 t	1	2	3	4	5
储蓄存款 y (千亿元)	5	6	7	8	10

(I) 求 y 关于 t 的回归方程 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$

(II) 用所求回归方程预测该地区 2015 年 ($t=6$) 的人民币储蓄存款.

附: 回归方程 $\hat{y} = \hat{b}t + \hat{a}$ 中

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i y_i - n \bar{t} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n t_i^2 - n \bar{t}^2}, \hat{a} = \bar{y} - \hat{b} \bar{t}$$

(18) (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2} \sin 2x - \sqrt{3} \cos^2 x$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最小值;

(II) 将函数 $f(x)$ 的图像上每一点的横坐标伸长到原来的两倍, 纵坐标不变, 得到函数 $g(x)$ 的图像. 当 $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ 时, 求 $g(x)$ 的值域.

(19) (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

已知函数 $f(x) = ax^3 + x^2$ ($a \in \mathbb{R}$) 在 $x = -\frac{4}{3}$ 处取得极值.

(I) 确定 a 的值;

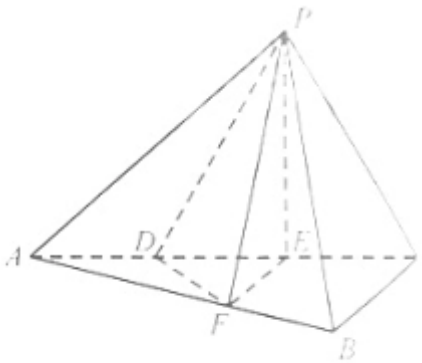
(II) 若 $g(x) = f(x)e^x$, 讨论 $g(x)$ 的单调性.

(20) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (20) 图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 平面 $PAC \perp$ 平面 ABC , $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, 点 D 、 E 在线段 AC 上, 且 $AD = DE = EC = 2$, $PD = PC = 4$, 点 F 在线段 AB 上, 且 $EF \parallel BC$.

(I) 证明: $AB \perp$ 平面 PFE .

(II) 若四棱锥 $P-DFBC$ 的体积为 7, 求线段 BC 的长.



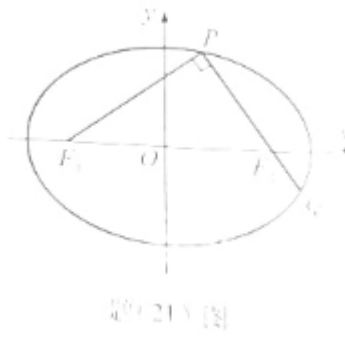
题(20)图

(21) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 且过 F_2 的直线交椭圆于 P, Q 两点, 且 $PQ \perp PF_1$.

(I) 若 $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}$, $|PF_2| = 2 - \sqrt{2}$, 求椭圆的标准方程.

(II) 若 $|PQ| = \lambda |PF_1|$, 且 $\frac{3}{4} \leq \lambda < \frac{4}{3}$, 试确定椭圆离心率 e 的取值范围.



4(12) (5)