

题(7)图

8、已知直线 $l: x+ay-1=0$ ($a \in \mathbb{R}$) 是圆 $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0$ 的对称轴. 过点 $A(-4, a)$ 作圆 C 的一条切线, 切点为 B , 则 $|AB| =$

- A、2 B、 $4\sqrt{2}$ C、6 D、 $2\sqrt{10}$

9、若 $\tan \alpha = 2 \tan \frac{\pi}{5}$, 则 $\frac{\cos(\alpha - \frac{3\pi}{10})}{\sin(\alpha - \frac{\pi}{5})} =$

- A、1 B、2 C、3 D、4

10、设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F , 过 F 作 AF 的垂线与双曲线交于 B, C 两点, 过 B, C 分别作 AC, AB 的垂线交于点 D . 若 D 到直线 BC 的距离小于 $a + \sqrt{a^2 + b^2}$, 则该双曲线的渐近线斜率的取值范围是

- A、 $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B、 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 C、 $(-\sqrt{2}, 0) \cup (0, \sqrt{2})$ D、 $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$

二、填空题: 本大题共 6 小题, 考生作答 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分. 把答案填写在答题卡相应位置上.

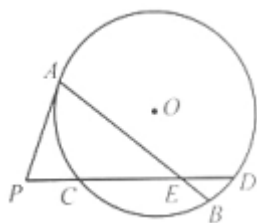
11、设复数 $a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) 的模为 $\sqrt{3}$, 则 $(a+bi)(a-bi) =$ _____.

12、 $\left(x^3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)^5$ 的展开式中 x^8 的系数是_____ (用数字作答).

13、在 $\triangle ABC$ 中, $B=120^\circ$, $AB=\sqrt{2}$, A 的角平分线 $AD=\sqrt{3}$, 则 $AC=$ _____.

考生注意: (14)、(15)、(16) 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14、如题 (14) 图, 圆 O 的弦 AB, CD 相交于点 E , 过点 A 作圆 O 的切线与 DC 的延长线交于点 P , 若 $PA=6$, $AE=9$, $PC=3$, $CE:ED=2:1$, 则 $BE=$ _____.



15、已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1+t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos 2\theta = 4 (\rho > 0, \frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4})$, 则直线 l 与曲线 C 的交点的极坐标为_____.

16、若函数 $f(x) = |x+1| + 2|x-a|$ 的最小值为 5, 则实数 $a =$ _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

端午节吃粽子是我国的传统习俗, 设一盘中装有 10 个粽子, 其中豆沙粽 2 个, 肉粽 3 个, 白粽 5 个, 这三种粽子的外观完全相同, 从中任意选取 3 个.

(I) 求三种粽子各取到 1 个的概率;

(II) 设 X 表示取到的豆沙粽个数, 求 X 的分布列与数学期望

(18) (本小题满分 13 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 6 分)

已知函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin x - \sqrt{3} \cos^2 x$

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期和最大值;

(II) 讨论 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right]$ 上的单调性.

(19) (本小题满分 13 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 9 分)

如题 (19) 图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, $PC \perp$ 平面 ABC , $PC = 3$, $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$. D, E 分别为线段 AB, BC 上的点, 且 $CD = DE = \sqrt{2}$, $CE = 2EB = 2$.

(I) 证明: $DE \perp$ 平面 PCD

(II) 求二面角 $A-PD-C$ 的余弦值.

(20) (本小题满分 12 分, (I) 小问 7 分, (II) 小问 5 分)

设函数 $f(x) = \frac{3x^2 + ax}{e^x} (a \in \mathbb{R})$

(I) 若 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得极值, 确定 a 的值, 并求此时曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 若 $f(x)$ 在 $[3, +\infty)$ 上为减函数, 求 a 的取值范围.

(21) (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交椭圆于 P, Q 两点, 且 $PQ \perp PF_1$

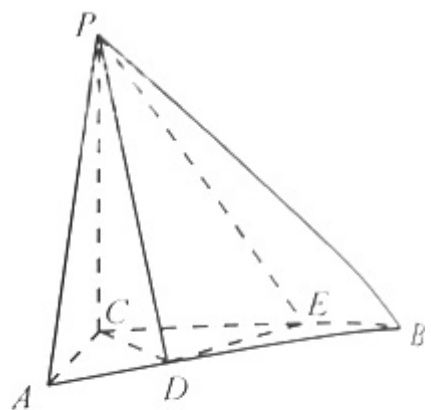
(I) 若 $|PF_1| = 2 + \sqrt{2}, |PF_2| = 2 - \sqrt{2}$ 求椭圆的标准方程

(II) 若 $|PF_1| = |PQ|$, 求椭圆的离心率 e .

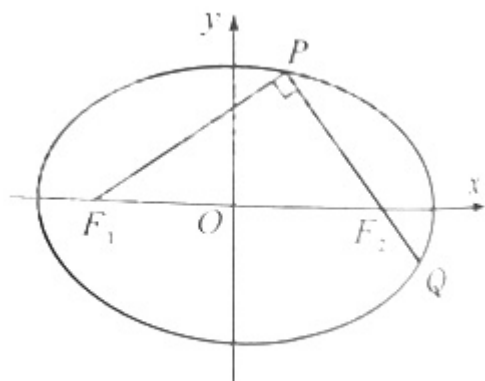
(22) (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_n + \lambda a_{n+1} + \mu a_{n+2} = 2$ ($a \in \mathbb{R}$)

(I) 若 $\lambda = 0, \mu = -2$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;



题(19)图



题(21)图

(II) 若 $\lambda = \frac{1}{k_0}$ ($k_0 \in N_+, k_0 \geq 2$), $\mu = -1$, 证明: $2 + \frac{1}{3k_0+1} < a_{k_0+1} < 2 + \frac{1}{2k_0+1}$