

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（安徽卷）

数学（理科）

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷第 1 至第 2 页，第 II 卷第 3 至第 4 页。全卷满分 150 分，考试时间 120 分钟。

考生注意事项：

1. 答题前，务必在试卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号，并认真核对答题卡上所粘贴的条形码中姓名、座位号与本人姓名、座位号是否一致。务必在答题卡背面规定的地方填写姓名和座位号后两位。
2. 答第 I 卷时，每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 答第 II 卷时，必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写，要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置画出，确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答，超出答题区域书写的答案无效，在答题卷、草稿纸上答题无效。
4. 考试结束，务必将试卷和答题卡一并上交。

参考公式：

第 I 卷（选择题 共 50 分）

一、选择题：本大题共 10 个小题；每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的。

(1) 设 i 是虚数单位，则复数 $\frac{2i}{1-i}$ 在复平面内所对应的点位于

- (A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

(2) 下列函数中，既是偶函数又存在零点的是

- (A) $y = \cos x$ (B) $y = \sin x$ (C) $y = \ln x$ (D) $y = x^2 + 1$

(3) 设 p, q 为两个命题，则 p 是 q 成立的

- (A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

- (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4、下列双曲线中，焦点在 y 轴上且渐近线方程为 $y = \pm 2x$ 的是 ()

- (A) $x^2 - \frac{y^2}{4} = 1$ (B) $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ (C) $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ (D)

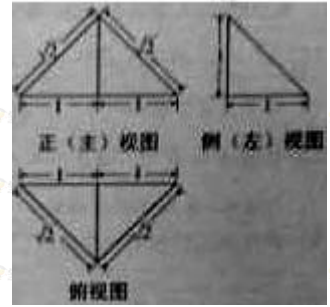
$y^2 - \frac{x^2}{4} = 1$

5、已知 m, n 是两条不同直线， α, β 是两个不同平面，则下列命题正确的是 ()

- (A) 若 α , β 垂直于同一平面, 则 α 与 β 平行
 (B) 若 m , n 平行于同一平面, 则 m 与 n 平行
 (C) 若 α , β 不平行, 则在 α 内不存在与 β 平行的直线
 (D) 若 m , n 不平行, 则 m 与 n 不可能垂直于同一平面
- 6、若样本数据 x_1, x_2, \dots, x_{10} 的标准差为 8, 则数据 $2x_1-1, 2x_2-1, \dots, 2x_{10}-1$ 的标准差为 ()
 (A) 8 (B) 15 (C) 16 (D) 32

7、一个四面体的三视图如图所示, 则该四面体的表面积是 ()

- (A) $1+\sqrt{3}$ (B) $2+\sqrt{3}$
 (C) $1+2\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$

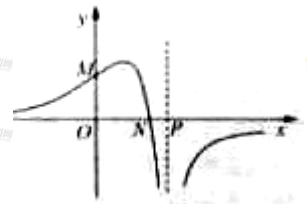


8、 $\triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形, 已知向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $\vec{AB} = 2\vec{a}$, $\vec{AC} = 2\vec{a} + \vec{b}$, 则下列结论正确的是 ()

- (A) $|\vec{b}| = 1$ (B) $\vec{a} \perp \vec{b}$ (C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$ (D) $(4\vec{a} - \vec{b}) \perp \vec{BC}$

9、函数 $f(x) = \frac{ax+b}{(x+c)^2}$ 的图象如图所示, 则下列结论成立的是 ()

- (A) $a > 0, b > 0, c < 0$ (B) $a < 0, b > 0, c > 0$
 (C) $a < 0, b > 0, c < 0$ (D) $a < 0, b < 0, c < 0$



10、已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ (A, ω, φ 均为正的常数) 的最小正周期为 π , 当 $x = \frac{2\pi}{3}$ 时, 函数 $f(x)$ 取得最小值, 则下列结论正确的是 ()

- (A) $f(2) < f(-2) < f(0)$ (B) $f(0) < f(2) < f(-2)$
 (C) $f(-2) < f(0) < f(2)$ (D) $f(2) < f(0) < f(-2)$

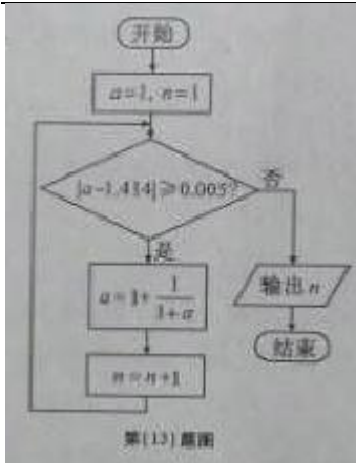
第二卷

二. 填空题

11. $(x^3 + \frac{1}{x})^7$ 的展开式中 x^3 的系数是_____ (用数字填写答案)

12. 在极坐标中, 圆 $\rho = 8 \sin \theta$ 上的点到直线 $\theta = \frac{\pi}{3} (\rho \in R)$ 距离的最大值是_____

13. 执行如图所示的程序框图 (算法流程图), 输出的 a 为_____



14. 已知数列 $\{a_n\}$ 是递增的等比数列, $a_2 + a_4 = 9, a_2 a_3 = 8$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和等于_____

15. 设 $x^3 + ax + b = 0$, 其中 a, b 均为实数, 下列条件中, 使得该三次方程仅有一个实根的是 (写出所有正确条件的编号)

(1) $a = -3, b = -3$; (2) $a = -3, b = 2$; (3) $a = -3, b > 2$; (4) $a = 0, b = 2$; (5) $a = 1, b = 2$.

三. 解答题

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $A = \frac{\pi}{4}, AB = 6, AC = 3\sqrt{2}$, 点 D 在 BC 边上, $AD = BD$, 求 AD 的长.

17. 已知 2 件次品和 3 件正品放在一起, 现需要通过检测将其区分, 每次随机检测一件产品, 检测后不放回, 直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时检测结果.

(1) 求第一次检测出的是次品且第二次检测出的是正品的概率

(2) 已知每检测一件产品需要费用 100 元, 设 X 表示直到检测出 2 件次品或者检测出 3 件正品时所需要的检测费用 (单位: 元), 求 X 的分布列和均值 (数学期望)

(18) (本小题 12 分)

设 $n \in \mathbb{N}^*$, x_n 是曲线 $y = x^{2n+3} + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线与 x 轴交点的横坐标,

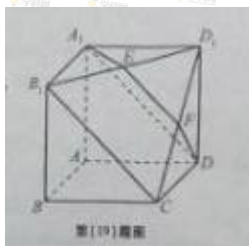
(1) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;

(2) 记 $T_n = x_1^2 x_2^2 \cdots x_{2n-1}^2$, 证明 $T_n \geq \frac{1}{4n}$.

19. 如图所示, 在多面体 $A_1 B_1 D_1 DCBA$, 四边形 $AA_1 B_1 B, ADD_1 A_1, ABCD$ 均为正方形, E 为 $B_1 D_1$ 的中点, 过 A_1, D, E 的平面交 CD_1 于 F

(1) 证明: $EF \parallel B_1 C_1$

(2) 求二面角 $E - A_1 D - B_1$ 余弦值.



(20) (本小题 13 分)

设椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 点 O 为坐标原点, 点 A 的坐标为 $(a, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, b)$, 点 M 在线段 AB 上, 满足 $|BM| = 2|MA|$, 直线 OM 的斜率为 $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

(I) 求 E 的离心率 e;

(II) 设点 C 的坐标为 $(0, -b)$, N 为线段 AC 的中点, 点 N 关于直线 AB 的对称点的纵坐标为 $\frac{7}{2}$, 求 E 的方程.

21. 设函数 $f(x) = x^2 - ax + b$.

(1) 讨论函数 $f(\sin x)$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 内的单调性并判断有无极值, 有极值时求出极值;

(2) 记 $f_0(x) = x^2 - a_0x + b_0$, 求函数 $|f(\sin x) - f_0(\sin x)|$ 在 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 上的最大值 D;

(3) 在 (2) 中, 取 $a_0 = b_0 = 0$, 求 $z = b - \frac{a_2}{4}$ 满足 $D \leq 1$ 时的最大值.